10 классы

УСЛОВИЯ ЗАДАЧ

1. Определите, *во сколько раз* число $((2014)^{2^{2014}}-1)$ больше, чем число, записанное в следующем виде: $((2014)^{2^0}+1)\cdot((2014)^{2^1}+1)\cdot((2014)^{2^2}+1)\cdot\ldots\cdot((2014)^{2^{2013}}+1)$. Решение обоснуйте.

2. Докажите равенство

$$tg\left(\frac{3\pi}{32}\right)+tg\left(\frac{5\pi}{32}\right)+tg\left(\frac{11\pi}{32}\right)+tg\left(\frac{13\pi}{32}\right)=\frac{1}{\sin\left(\frac{3\pi}{16}\right)}+\frac{1}{\sin\left(\frac{5\pi}{16}\right)}+\frac{1}{\sin\left(\frac{11\pi}{16}\right)}+\frac{1}{\sin\left(\frac{13\pi}{16}\right)}.$$

3. В трапеции, площадь которой равна **1,** каждая сторона поделена на *три* равные части. Соответствующие точки соединены отрезками, как показано на рисунке (рис. 1).

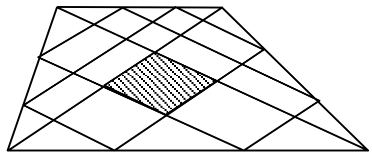

Рис. 1

Найдите площадь заштрихованной фигуры, если известно, что нижнее основание трапеции в *два* раза больше верхнего.

4. При возведении двузначного числа в степень 2014 последняя цифра оказалась равна **1**, а предпоследняя равна **4**. Найдите *все* такие двузначные числа.

5. Квадратная таблица состоит из 2014 строк и 2014 столбцов. В каждой клетке, находящейся на пересечении строки с номером i и столбца с номером j, записано число $a_{i,j}=(-1)^i(2015-i-j)^2$. Найдите сумму *всех* чисел в таблице.

6. Имеются два сосуда. В первом содержится **1** литр **10**-ти процентного раствора кислоты, во втором – **2** литра **60**-ти процентного. Проделали следующее действие, состоящее из двух этапов: на первом этапе из второго сосуда перелили в первый **1** литр раствора, на втором из первого перелили обратно во второй **1** литр полученной смеси. Какое *минимальное количество раз* нужно проделать такое действие, чтобы концентрация растворов в сосудах отличалась менее чем на **0,1%**?

7. На плоскости изображён квадрат со стороной, равной 2014 клеткам. *Диагональ* одной клетки равна **1** см. Внутри квадрата расположен еще один квадрат *ABCD*, вершинами которого являются середины сторон исходного квадрата (рис. 2). Из точки *X* одновременно начинают двигаться две точки. Первая точка двигается со скоростью $v_1 = 10\,см/сек$ по часовой стрелке по сторонам квадрата *ABCD*. Вторая точка начинает двигаться до точки *N* и далее курсирует по диагонали *MN* исходного квадрата со скоростью $v_2 = 13\,см/сек$. Через какое *минимальное* время они встретятся в точке *Y*?

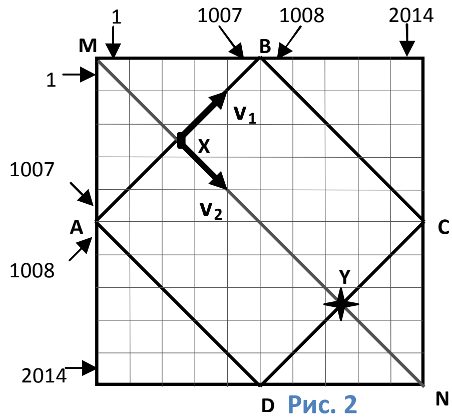

Рис. 2

8. Известно, что три квадрата с общим прямым углом, изображённые на листе в клетку (рис. 3), имеют размеры $n \times n$ клеток, где n – некоторое натуральное число. Докажите, что делая разрезы *только по изображённым линиям*, можно вырезать фигуру, количество клеток в которой делится нацело на **8**.

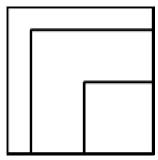

Рис. 3