

**Демонстрационный вариант вступительного экзамена  
по математике в 2015 году**

1. Сравните числа  $(5^{\log_{25} 8} + 7^{-\log_{49} 8})^2$  и  $\sqrt{103}$ . Решение обоснуйте.

2. Решите неравенство  $\frac{4}{x(1-x)} + x^2 \leq x$ .

3. Решите уравнение

$$5^{2x} - 26 \cdot 5^{x+4} + 5^{10} = 0.$$

4. Решите уравнение

$$|\sin x| = \cos 2x.$$

Найдите сумму решений, принадлежащих отрезку  $[0; 2\pi]$ .

5. Сумма квадратов членов бесконечно убывающей геометрической прогрессии равна 4, второй член равен  $\frac{\sqrt{3}}{2}$ . Найдите все возможные значения знаменателя прогрессии.

6. Бассейн может наполняться через две трубы. Время наполнения бассейна трубами при одновременном включении составляет 6 часов. Если бы одна первая труба подавала воду в течении трёх часов, а затем была включена и вторая, то время наполнения бассейна (с момента включения первой трубы) составило бы 8 часов. Найдите время наполнения бассейна одной первой трубой.

7. В прямоугольной трапеции  $ABCD$  ( $\angle ABC = 90^\circ$ ) с основаниями  $AD$  и  $BC$  ( $AD > BC$ ) известны длины сторон:  $AB=6$ ,  $BC=8$ ,  $CD=7.5$ . Найдите расстояние между центрами описанных окружностей около треугольников  $ABC$  и  $ACD$ .

8. При каких значениях параметра  $a$  уравнение

$$a(x-3) + 5 = \sqrt{6x - x^2}$$

имеет ровно два решения?