

9 класс

УСЛОВИЯ ЗАДАЧ

1. Степан собрал верное равенство из карточек с изображением чисел и математических знаков. Потом пришёл Миша и перемешал карточки.

$$\boxed{9} \boxed{=} \boxed{2} \boxed{8} \boxed{7} \boxed{-} \boxed{2} \boxed{1}$$

(карточка $\boxed{2}$ - возведение в квадрат).

Помогите Степану восстановить исходное равенство.

2. Какое число надо убрать из набора подряд идущих натуральных чисел $1, 2, 3, \dots, 2013$, чтобы *сумма всех остальных* чисел делилась нацело на 2014? Решение обоснуйте.
3. Определите, во сколько раз число $((2014)^{2^{2014}} - 1)$ больше, чем число, записанное в следующем виде:

$$((2014)^{2^0} + 1) \cdot ((2014)^{2^1} + 1) \cdot ((2014)^{2^2} + 1) \cdot \dots \cdot ((2014)^{2^{2013}} + 1).$$

Решение обоснуйте.

4. В трапеции, площадь которой равна **1**, каждая сторона поделена на *три* равные части. Соответствующие точки соединены отрезками, как показано на рисунке (рис. 1).

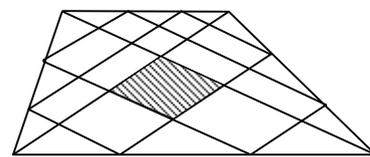


Рис. 1

- Найдите площадь заштрихованной фигуры, если известно, что нижнее основание трапеции в *два* раза больше верхнего.
5. Квадратная таблица состоит из 2014 строк и 2014 столбцов. В каждой клетке, находящейся на пересечении строки с номером i и столбца с номером j , записано число $a_{i,j} = (-1)^i (2015 - i - j)^2$. Найдите сумму *всех* чисел в таблице.
6. При возведении двузначного числа в степень 2014 последняя цифра оказалась равна **1**, а предпоследняя равна **4**. Найдите *все* такие двузначные числа.

7. Имеются два сосуда. В первом содержится 1 литр 10-ти процентного раствора кислоты, во втором – 2 литра 60-ти процентного. Прделали следующее действие, состоящее из двух этапов: на первом этапе из второго сосуда перелили в первый 1 литр раствора, на втором из первого перелили обратно во второй 1 литр полученной смеси. Какое *минимальное количество раз* нужно проделать такое действие, чтобы концентрация растворов в сосудах отличалась менее чем на 0,1%?
8. Известно, что три квадрата, изображённые на листе в клетку (рис. 2), имеют размеры $n \times n$ клеток, где n – некоторое натуральное число. Докажите, что делая разрезы *только по изображённым линиям*, можно вырезать фигуру, количество клеток в которой делится нацело на 8.

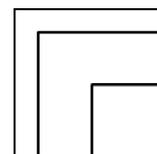


Рис. 2