

**Решение задач Межрегиональной олимпиады школьников на базе  
ведомственных образовательных организаций  
в 2017-2018 году по физике**

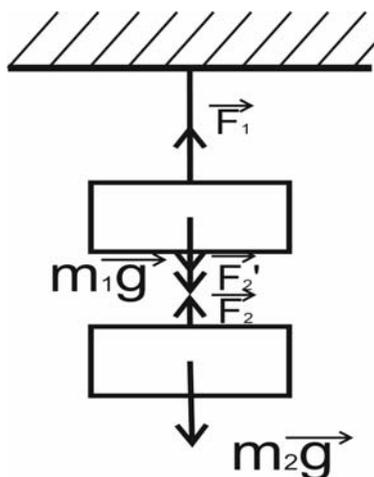
**9 класс**

**Вариант 1**

**Задача 1. (15 баллов).** К потолку на невесомой нити подвешен груз 1. В свою очередь, к нижней части этого груза на невесомой нити подвешен груз 2. Отношение сил натяжения верхней и нижней нитей известно:  $\frac{F_1}{F_2} = n$ . Найти отношение масс грузов  $\mu = \frac{m_1}{m_2}$ .

**Решение:**

Нарисуем рисунок, соответствующий условию задачи, и изобразим на нем все силы, действующие на висящие тела.



Запишем условие равновесия нижнего (2-го) тела (в проекции на вертикальную ось):  $m_2g = F_2$ .

Запишем условие равновесия верхнего (1-го) тела (в проекции на вертикальную ось):  $m_1g + F_2 = F_1$ .

Поделив второе выражение на  $F_2$ , получим:

$$n = \frac{F_1}{F_2} = 1 + \frac{m_1}{m_2} = 1 + \mu.$$

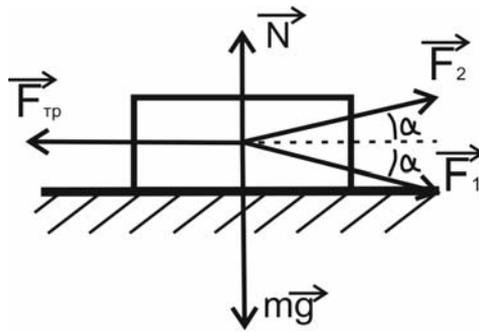
Окончательно имеем:

$$\mu = n - 1.$$

**Задача 2. (20 баллов).** Если к телу, находящемуся на горизонтальной поверхности, приложить силу  $F = 120$  Н, направленную вниз (к земле) под углом  $\alpha = 60^\circ$  к горизонту, то тело будет двигаться без ускорения. С каким ускорением  $a$  будет двигаться это же тело, если ту же силу направить вверх (от земли) под тем же углом  $\alpha$  к горизонту? Масса тела  $m = 25$  кг. Ускорение свободного падения  $g = 10 \frac{м}{с^2}$ ,  $\sin 60^\circ = 0,87$ .

**Решение:**

Нарисуем рисунок, соответствующий условию задачи, и изобразим на нем все силы, действующие на тело (для обоих условий задачи).



Напишем уравнения, определяющие движение тела без ускорения (1-е условие задачи) в проекциях на горизонтальную и вертикальную оси соответственно:

$$0 = ma = F \cdot \cos \alpha - F_{\text{тр.1}}$$

$$mg + F \cdot \sin \alpha = N_1$$

Оба выражения дают нам возможность найти силу трения скольжения

$$F_{\text{тр.1}} = F \cdot \cos \alpha,$$

$$F_{\text{тр.1}} = k \cdot N_1 = k \cdot (mg + F \cdot \sin \alpha).$$

Приравняв последние два выражения, найдем необходимый (для дальнейшего решения задачи) коэффициент трения скольжения:

$$k = \frac{F \cdot \cos \alpha}{mg + F \cdot \sin \alpha}.$$

Напишем уравнения, определяющие движение тела с ускорением (2-е условие задачи) в проекциях на горизонтальную и вертикальную оси соответственно:

$$ma = F \cdot \cos \alpha - F_{\text{тр.2}}$$

$$mg = F \cdot \sin \alpha + N_2.$$

Найдем из последнего выражения силу трения скольжения  $F_{\text{тр.2}}$ .

$$F_{\text{тр.2}} = k \cdot N_2 = k \cdot (mg - F \cdot \sin \alpha).$$

У нас есть все, чтобы ответить на вопрос задачи – найти ускорение, с которым будет двигаться тело:

$$a = \frac{F \cdot \cos \alpha - F_{\text{тр.2}}}{m} = \frac{F \cdot \cos \alpha - \frac{F \cdot \cos \alpha}{mg + F \cdot \sin \alpha} (mg - F \cdot \sin \alpha)}{m}.$$

Упрощая выражение для  $a$ , окончательно получим:

$$a = \frac{F^2 \cdot \sin 2\alpha}{m(mg + F \cdot \sin \alpha)} = 1.4 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}.$$

**Задача 3. (15 баллов).** Какое напряжение  $U$  показывает вольтметр с внутренним сопротивлением  $R = 10$  Ом, если через него за время  $\tau = 10$  с протекает электрический заряд  $q = 1$  Кл? Сила тока, текущего через прибор, постоянна.

**Решение:**

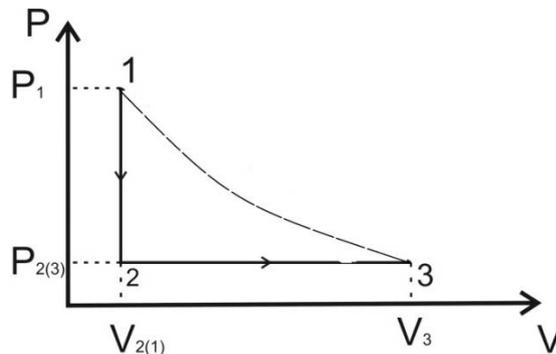
Показание вольтметра определяются выражением  $U = I \cdot R$ , где  $I$  – ток, текущий через прибор,  $R$  – внутреннее сопротивление вольтметра. Так как сила тока  $I$ , текущего через прибор, постоянна, она легко находится из условия задачи:  $I = q/\tau$ . Окончательно имеем:

$$U = qR/\tau = 1 \text{ В}.$$

**Задача 4. (20 баллов).** Один моль идеального газа, взятого при температуре  $T_0 = 300$  К, изохорически охладили так, что его давление в сосуде упало в  $n = 3$  раза. Затем газ изобарически расширили так, что его температура стала равной первоначальной. Какое количество теплоты  $Q$  получил газ в указанном эксперименте? Универсальная газовая постоянная  $R = 8,314 \frac{\text{Дж}}{\text{К}\cdot\text{моль}}$ .

**Решение:**

Изобразим в «координатах»  $PV$  два последовательных процесса (изохорический  $(1 \rightarrow 2)$  и изобарический  $(2 \rightarrow 3)$ ), в которых участвует 1 моль идеального газа согласно условию задачи.



Для каждого из процессов напишем 1-е начало термодинамики:

$$Q_{1 \rightarrow 2} = \Delta U_{1 \rightarrow 2} + A_{1 \rightarrow 2}.$$

$$Q_{2 \rightarrow 3} = \Delta U_{2 \rightarrow 3} + A_{2 \rightarrow 3}.$$

Сложив эти два выражения, получим:

$$Q = Q_{1 \rightarrow 2} + Q_{2 \rightarrow 3} = \Delta U_{1 \rightarrow 3} + A_{2 \rightarrow 3}.$$

Здесь мы учли, что газ при изохорическом охлаждении не совершал работы ( $A_{1 \rightarrow 2} = 0$ ).

Согласно условию задачи начальная (1-я) и конечная (3-я) точки состояния газа принадлежат одной изотерме. Поскольку внутренняя энергия идеального газа зависит только от одного термодинамического параметра – температуры –  $\Delta U_{1 \rightarrow 3} = 0$ . В результате получаем, что количество теплоты  $Q$ , которое получил газ в указанном эксперименте, определяется только работой газа при изобарическом процессе:

$$Q = A_{2 \rightarrow 3} = P_2 \cdot (V_3 - V_{2(1)}) = \frac{P_1}{n} \cdot V_1 \left( \frac{V_3}{V_1 - 1} \right) = \frac{P_1 \cdot V_1}{n} \left( \frac{V_3}{V_1 - 1} \right) = \frac{R \cdot T_0}{n} \left( \frac{V_3}{V_1 - 1} \right).$$

Учтем еще раз, что начальная (1-я) и конечная (3-я) точки состояния газа принадлежат одной изотерме:

$$P_1 V_1 = P_3 V_3 \rightarrow P_1 V_1 = \frac{P_1}{n} \cdot V_3 \rightarrow V_1 = \frac{1}{n} \cdot V_3 \rightarrow \frac{V_3}{V_1} = n.$$

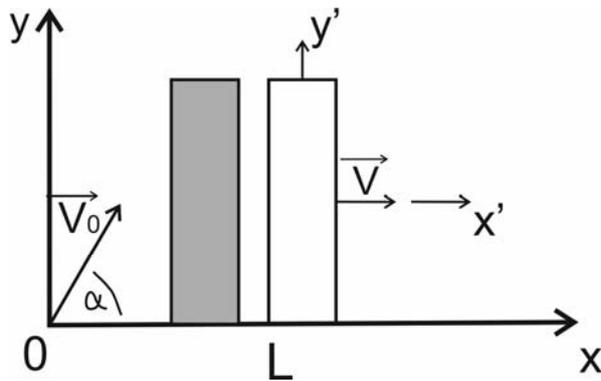
Окончательно имеем:

$$Q = RT_0 \cdot \left( \frac{n-1}{n} \right) = 1,7 \text{ кДж.}$$

**Задача 5. (30 баллов).** Маленький легкий шарик, брошенный со скоростью  $v_0$  под углом  $\alpha$  к горизонту, упруго ударяется о вертикальную (очень тяжелую) стенку, движущуюся с постоянной скоростью  $V$  в том же направлении что и шарик. Скорости  $\vec{v}_0$  и  $\vec{V}$  лежат в одной плоскости. Известно, что после соударения со стенкой, шарик возвращается в ту точку, откуда его бросили. Через какое время  $\tau$  после броска произошло столкновение шарика со стенкой? На каком расстоянии  $L$  от точки бросания шарика находилась стенка когда произошло столкновение шарика со стенкой?

**Решение:**

Нарисуем рисунок, соответствующий условию задачи. Этот рисунок соответствует нашей работе в так называемой лабораторной инерциальной системе отсчета (ЛИСО), связанной с землей.



Шарик в момент броска находится в начале координат. Левая сторона стенки в момент броска шарика находится в точке, отстоящей от начала координат на расстоянии  $L_0$  (она не дана по условию задачи). Координаты шарика (в ЛИСО) изменяются со временем по закону:

$$x(t) = v_0 \cos \alpha t, \text{ для времен } t \leq \tau.$$

$$y(t) = v_0 \sin \alpha t - \frac{gt^2}{2}, \text{ для времен } t \leq t_{\text{падения шарика на землю}}.$$

Координата левой стороны стенки  $X(t)$  изменяется со временем по закону:

$$X(t) = L_0 + Vt.$$

Здесь  $L_0$  – начальное расстояние от начала координат до стенки:  $L_0 = X(t = 0)$ .

В момент соударения  $\tau$  шарика со стенкой  $X(\tau) = x(\tau)$ , или  $v_0 \cos \alpha \cdot \tau = L_0 + V\tau$ .

Отсюда получаем время соударения:

$$\tau = \frac{L_0}{v_0 \cos \alpha - V} \quad (1)$$

Из положительности  $\tau$  получаем  $v_0 \cos \alpha - V > 0$ . Это физическое условие того, что брошенный шарик «догонит» удаляющуюся от него стенку.

Кроме того, можно записать искомое расстояние  $L$  (вдоль горизонта) от точки бросания шарика до точки его столкновения со стенкой:

$$L = X(\tau) = x(\tau) = \frac{L_0 v_0 \cos \alpha}{v_0 \cos \alpha - V} \quad (2)$$

Запишем проекции скоростей шарика на оси координат:

$$v_x(t) = v_0 \cos \alpha, \text{ для времен } t \leq \tau.$$

$$v_y(t) = v_0 \sin \alpha - gt, \text{ для времен } t \leq t_{\text{падения шарика на землю}}.$$

Для простоты и наглядности дальнейшего решения задачи перейдем в движущуюся инерциальную систему отсчета (ДИСО), связанную со стенкой. В этой ДИСО скорость стенки равна нулю, а скорость шарика  $\vec{v}^*$  равна  $\vec{v}^* = \vec{v} - \vec{V}$ , где  $\vec{v}$  и  $\vec{V}$  – скорости шарика и стенки в ЛИСО.

В проекции на ось  $x$ :  $v_x^* = v_x - V$ .

Акт упругого соударения шарика с очень тяжелой (по условию задачи) стенкой в ДИСО описывается очень просто:

$$v_x^*(\tau + 0) = -v_x^*(\tau - 0).$$

В левой части этого равенства записана проекция скорости шарика (в ДИСО) в момент времени  $(\tau+0)$ , следующий после столкновения шарика с неподвижной стенкой.

В правой части этого равенства записана проекция скорости шарика (в ДИСО) в момент времени  $(\tau - 0)$ , предшествующий столкновению шарика с неподвижной стенкой.

*Само время упругого столкновения шарика со стенкой равно нулю.*

Путем простых преобразований найдем проекцию скорости шарика  $v_x(\tau + 0)$  на ось  $x$  (в ЛИСО) после соударения шарика со стенкой.

$$v_x^*(\tau - 0) = v_x(\tau - 0) - V = v_0 \cos \alpha - V$$

$$v_x^*(\tau + 0) = -v_x^*(\tau - 0) = V - v_0 \cos \alpha$$

$$v_x(\tau + 0) = v_x^*(\tau + 0) + V = 2V - v_0 \cos \alpha$$

Поскольку шарик после соударения со стенкой летит в сторону, противоположную направлению оси  $x$  (чтобы вернуться согласно условию задачи в точку бросания – начало координат), потребуем, чтобы выполнялось условие

$$v_x(\tau + 0) < 0, \text{ т. е. } 2V < v_0 \cos \alpha$$

Далее работаем только в ЛИСО.

Пусть  $\tau_2$  – время полета шарика от момента столкновения со стенкой до возвращения в точку бросания.

Опишем движение шарика от момента столкновения со стенкой до возвращения в точку бросания.

$$x(t) = L + v_x(t)t, \tau < t < \tau + \tau_2$$

В момент возвращения шарика в начало координат:

$$0 = x(\tau + \tau_2) = L + v_x(\tau + 0)\tau_2 = \frac{L_0 v_0 \cos \alpha}{v_0 \cos \alpha - V} + (2V - v_0 \cos \alpha)\tau_2 \quad (3)$$

Обратим внимание на еще одно простое соотношение между неизвестными величинами задачи, являющееся следствием того, что шарик после упругого соударения со стенкой возвращается в точку бросания:

$$\tau v_0 \cos \alpha = (v_0 \cos \alpha - 2V)\tau_2 = L \quad (4)$$

Из последнего равенства следует:

$$\tau_2 = \tau \frac{v_0 \cos \alpha}{(v_0 \cos \alpha - 2V)} = \frac{v_0 \cos \alpha}{(v_0 \cos \alpha - 2V)} \frac{L_0}{v_0 \cos \alpha - V} \quad (5)$$