Межрегиональная олимпиада школьников на базе ведомственных образовательных учреждений по физике

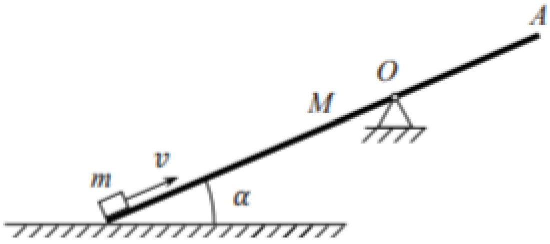
Заключительный этап
10 класс

Вариант 1

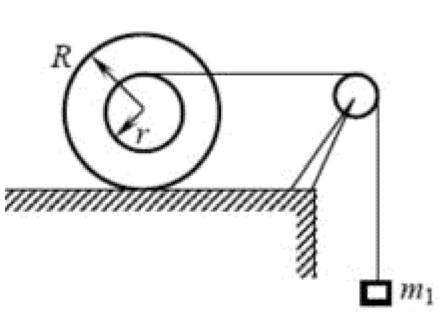
Задача 1. (20 баллов). Небольшие шарики массой m_1 и m_2 подвешены на нитях одинаковой длины таким образом, что в состоянии покоя они соприкасаются друг с другом ($m_1 << m_2$). Шарики разводят в разные стороны так, что их нити составляют одинаковый угол α с вертикалью. Затем их одновременно отпускают и после соприкосновения они испытывают упругое соударение. До и после удара шары движутся в одной и той же плоскости. Определить на какой максимальный угол α_1 отклонится шар m_1 после удара (α, $\alpha_1 << 1$ рад).

Задача 2. (20 баллов). Световод выполнен из тонкого прозрачного волокна с показателем преломления n = 1,20. Под каким максимальным углом к оси световода должен падать световой луч на торец, чтобы при прохождении через световод испытать минимальное ослабление. Чему будет равен диаметр светового кольца на экране, который расположен на расстоянии 50 см от конца световода, если угол падения равен углу, под которым свет выходит из световода. Диаметр световода мал.

Задача 3. (20 баллов). На рисунке изображены качели-балансир, они состоят из доски длиной L и массой M. Качели собраны так, что ось вращения находится на расстоянии равном L/n от нижнего края доски. Вверх по доске с некоторой начальной скоростью начинает скользить брусок массой m. Угол между землей и доской равен α, коэффициент трения между бруском и доской равен k. Найдите минимальную начальную скорость бруска, чтобы при его подъеме качели повернулись.



Задача 4. (20 баллов). На горизонтальном столе лежит катушка, имеющая внешний радиус R, с намотанной на нее нерастяжимой нитью, причем радиус намотки r < R. Нить перекинута через невесомый блок и к концу ее подвешен груз, который движется вниз с некоторым неизвестным постоянным ускорением, которое обозначим a_1. Катушка начинает катиться без проскальзывания, нить катушки параллельна столу, при этом центр масс катушки перемещается с постоянным ускорением a, которое так же неизвестно. Найти отношение a_1/a. Принять начальную скорость катушки равной нулю.



Задача 5. (20 баллов). Представим, что в отдаленном будущем земляне решили создать в поясе Оорта планетоидный объект из некой гипотетической, незамерзающей при T=0 К жидкости, обладающей металлической проводимостью. При имеющейся у них технологии они, с частотой 1 раз в секунду, проводят слияние заряжённых капель этой жидкости. Каждая следующая капля имеет противоположный заряд по сравнению с предыдущей. Заряд первой положительно заряженной капли $q_1^{(+)}$, а отрицательной $q_1^{(-)}$, радиусы этих капель r_1. Каждая следующая положительно заряженная капля имеет заряд по сравнению с предыдущей положительной каплей в n раз меньше, а каждая отрицательно заряженная по сравнению с предыдущей отрицательно заряженной в m раз меньше. Радиус любой следующей положительно или отрицательно заряженной капель в k раз меньше, чем предыдущей. Каким будет потенциал планетоида через 1 час после начала проведения процесса?

<u>Примечание</u>. *В задачах, в которых даны числовые значения, необходимо сначала получить аналитический (буквенный) ответ; и только потом надо использовать численные данные из условия задачи для получения численного ответа.*

Решения задач Межрегиональной олимпиады школьников на базе ведомственных образовательных организаций в 2023-2024 учебном году

10 класс
Заключительный этап. Вариант 1.

Задача 1. (20 баллов). Небольшие шарики массой m_1 и m_2 подвешены на нитях одинаковой длины таким образом, что в состоянии покоя они соприкасаются друг с другом ($m_1 << m_2$). Шарики разводят в разные стороны так, что их нити составляют одинаковый угол α с вертикалью. Затем их одновременно отпускают и после соприкосновения они испытывают упругое соударение. До и после удара шары движутся в одной и той же плоскости. Определить на какой максимальный угол α_1 отклонится шар m_1 после удара ($\alpha, \alpha_1 << 1$).

Решение:

Так как исходно шарики отклонены на малые углы от вертикали и их нити имеют одинаковую длину, то они представляют собой математические маятники с одинаковым периодом. Следовательно, их столкновение произойдет в момент, когда нити шариков ориентированы вертикально. Скорости шариков в момент удара имеют одинаковую величину и направлены навстречу друг к другу. В силу соотношения $m_1 << m_2$ столкновение первого шарика со вторым происходит аналогично тому, как если бы первый шарик столкнулся с массивной стенкой. После упругого столкновения с массивной стенкой шарик отскакивает от нее с той же скоростью, с которой он со стенкой сближался.

Определим скорость первого шарика перед столкновением. В силу закона сохранения энергии потенциальная энергия шарика в исходном положении равна кинетической энергии перед столкновением:

$$m_1 \cdot \frac{V^2}{2} = m_1 g l \cdot (1 - \cos\alpha), \tag{1.1}$$

где g – ускорение свободного падения, l – длина маятника. В силу условия $\alpha << 1$ можно записать

$$\cos\alpha \approx 1 - \cos\alpha \approx 1 - \left(1 - \frac{\alpha^2}{2}\right). \tag{1.2}$$

Подставив это соотношение в уравнение (1.1) и проведя простые преобразования, получим

$$V \approx \alpha \cdot \sqrt{gl}. \tag{1.3}$$

Второй шарик перед столкновением будет иметь такую же по величине скорость.

Первый шарик перед столкновением сближается со вторым со скоростью равной $2V$. Следовательно, после столкновения относительно второго шарика он будет иметь такую же по величине скорость, какую он имел до столкновения, но противоположного направления. Так как второй шарик сам двигался со скоростью V, то первый шарик относительно неподвижной системы отсчета будет двигаться со скоростью $V_1 \approx 3V$.

Связь между искомым углом α_1 и скоростью V_1 описывается уравнением, аналогичным уравнению (1.3):

$$V_1 \approx \alpha_1 \cdot \sqrt{gl} \qquad (1.4)$$

Выражая α_1 с помощью уравнения (1.4), подставляя $V_1 \approx 3V$ и используя уравнение (1.3), получим, что

$$\alpha_1 \approx 3\alpha \qquad (1.5)$$

Ответ: $\alpha_1 \approx 3\alpha$.

Задача 2. (20 баллов). Световод выполнен из тонкого прозрачного волокна с показателем преломления n = 1,20. Под каким максимальным углом к оси световода должен падать световой луч на торец, чтобы при прохождении через световод испытать минимальное ослабление? Чему будет равен диаметр светового кольца на экране, который расположен на расстоянии 50 см от конца световода, если угол падения равен углу, под которым свет выходит из световода? Диаметр световода мал.

Решение:

Начертим два рисунка для понимания задачи.

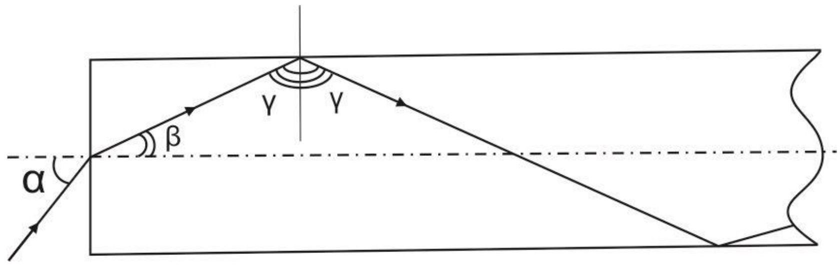


Рис. 2.1. Углы падения и отражения луча в световоде

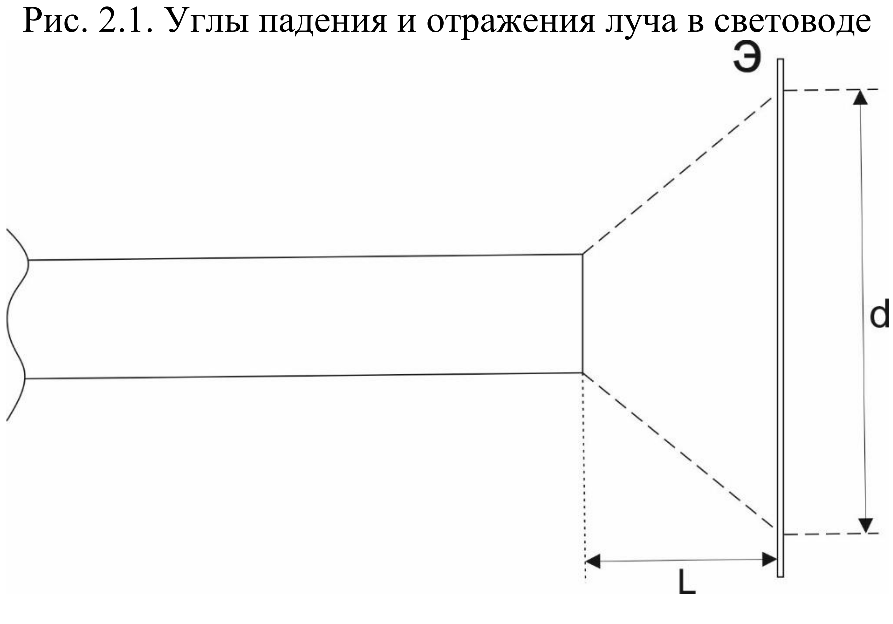


Рис. 2.2. Изображение световода и светового кольца на экране.

Для начала ответим на первый вопрос задачи. Пусть γ - предельный угол полного внутреннего отражения, тогда

$$\sin\gamma_{\text{пр}} = \frac{1}{n}. \tag{2.1}$$

Из закона геометрической оптики

$$\frac{\sin\alpha}{\sin\beta} = n. \tag{2.2}$$

Из соотношения сторон прямоугольного треугольника следует, что

$$\sin\beta = \cos\gamma, \tag{2.3}$$

$$\frac{\sin\alpha}{\cos\gamma} = n, \tag{2.4}$$

$$\sin\gamma = \frac{1}{n}, \tag{2.5}$$

$$\sin\alpha = n\cos\gamma = n(1-\sin^2\gamma)^{1/2}. \tag{2.6}$$

Отсюда находим α:

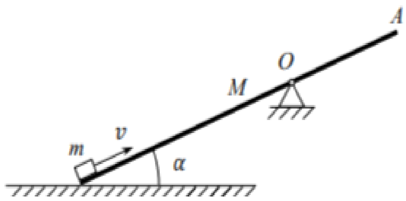
$$\alpha = \arcsin(n^2-1)^{1/2}. \tag{2.7}$$

Теперь найдем диаметр светового кольца:

$$d = 2l\tan\alpha. \tag{2.8}$$

<u>Ответ:</u> $\alpha = 41^\circ, d = 0{,}87$ см.

Задача 3. (20 баллов). На рисунке изображены качели-балансир, они состоят из доски длиной L и массой M. Качели собраны так, что ось вращения находится на расстоянии равном L/n от нижнего края доски. Вверх по доске с некоторой начальной скоростью начинает скользить брусок массой m. Угол между землей и доской равен α, коэффициент трения между бруском и доской равен k. Найдите минимальную начальную скорость бруска, чтобы при его подъеме качели повернулись.



Решение:

Начертим рисунок для решения задачи.

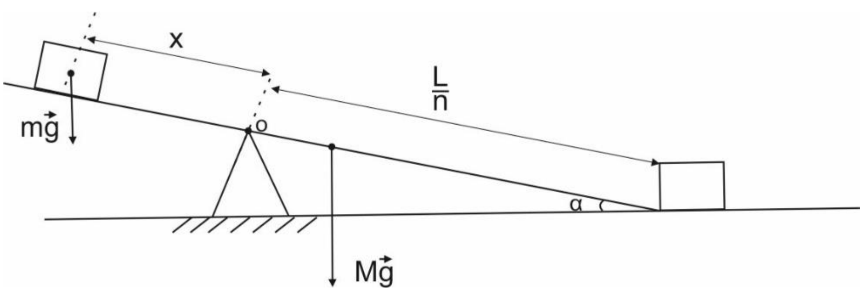


Рис. 3.1. Распределение сил для бруска.

Распределив силы, приступим к преобразованиям:

$$mg \cdot x \cdot \sin\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) = Mg\left(\frac{L}{n} - \frac{L}{2}\right) \cdot \sin\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right), \tag{3.1}$$

$$x = \frac{M}{m} \cdot L \cdot \left(\frac{L}{n} - \frac{L}{2}\right), \tag{3.2}$$

$$-F_{\text{тр}} \cdot \left(\frac{L}{n} + x\right) = mg \cdot h - \frac{mV_0^2}{2}, \tag{3.3}$$

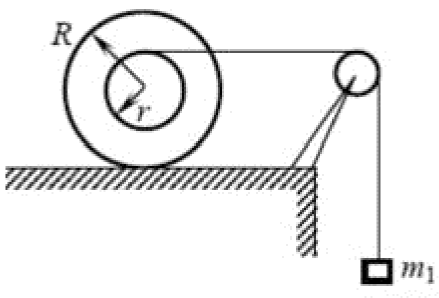
$$-kmg \cdot \cos\alpha \cdot \left(\frac{L}{n} + x\right) = mg \cdot \left(\frac{L}{n} + x\right) \cdot \sin\alpha - \frac{mV_0^2}{2}, \tag{3.4}$$

Преобразовав равенства, узнаем минимальную начальную скорость бруска V_0:

$$V_0 = \sqrt{2gL \cdot (k\cos\alpha + \sin\alpha) \cdot \left(\frac{1}{n} + \frac{M}{m} \cdot \left(\frac{1}{n} - \frac{1}{2}\right)\right)} \tag{3.5}$$

<u>Ответ:</u> $V_0 = \sqrt{2gL \cdot (k\cos\alpha + \sin\alpha) \cdot \left(\frac{1}{n} + \frac{M}{m} \cdot \left(\frac{1}{n} - \frac{1}{2}\right)\right)}$.

Задача 4. (20 баллов). На горизонтальном столе лежит катушка, имеющая внешний радиус R, с намотанной на нее нерастяжимой нитью, причем радиус намотки $r < R$. Нить перекинута через невесомый блок и к концу ее подвешен груз, который движется вниз с некоторым неизвестным постоянным ускорением, которое обозначим a_1. Катушка начинает катиться без проскальзывания, нить катушки параллельна столу, при этом центр масс катушки перемещается с постоянным ускорением a, которое так же неизвестно. Найти отношение a_1/a. Принять начальную скорость катушки равной нулю.



Решение:

За один оборот катушка проходит вдоль стола расстояние $S = 2\pi R$, то есть ее центр (центр масс) перемещается на расстояние $S = 2\pi R$. На такое же расстояние должен был опуститься и груз, так как нить нерастяжима. Но при движении катушки вправо (см. рис. в условии задачи) происходит еще разматывание нити и при одном обороте катушки она размотается еще на величину $2\pi r$, что приведет к дополнительному опусканию груза на эту же величину. Таким образом, при перемещении катушки на расстояние $S = 2\pi R$ груз опустится на расстояние $S_1 = 2\pi R + 2\pi r$. При равноускоренном движении с нулевой начальной скоростью расстояние

$$S = \frac{at^2}{2}, \tag{4.1}$$

$$S_1 = \frac{a_1 t^2}{2}. \tag{4.2}$$

Откуда получаем

$$\frac{a_1}{a} = \frac{S_1}{S} = 1 + \frac{r}{R}. \tag{4.3}$$

Ответ: $\frac{a_1}{a} = 1 + \frac{r}{R}$.

Задача 5. (20 баллов). Представим, что в отдаленном будущем земляне решили создать в поясе Оорта планетоидный объект из некой гипотетической, незамерзающей при $T = 0° K$ жидкости, обладающей металлической проводимостью. При имеющейся у них технологии они, с частотой 1 раз в секунду, проводят слияние заряжённых капель этой жидкости. Каждая следующая капля имеет противоположный заряд по сравнению с предыдущей. Заряд первой положительно заряженной капли $q_1^{(+)}$, а отрицательной $q_1^{(-)}$, радиусы этих капель r_1. Каждая следующая положительно заряженная капля имеет заряд по сравнению с предыдущей положительной каплей в n раз меньше, а каждая отрицательно заряженная по сравнению с предыдущей отрицательно заряженной в m раз меньше. Радиус любой следующей положительно или отрицательно заряженной капель в k раз меньше, чем предыдущей. Каким будет потенциал планетоида через 1 час после начала проведения процесса?

Решение:

Заметим, что внутри этой задачи находятся геометрические прогрессии, а указание времени 1 час и 10 часов является просто ловушкой.

Для потенциала можно записать:

$$\varphi = \frac{\sum_{i=1}^{\infty} q_i^{(+)} + \sum_{j=1}^{\infty} q_j^{(-)}}{4\pi\varepsilon_0 R}. \tag{5.1}$$

Далее найдем суммарный положительный и суммарный отрицательный заряд, как суммы соответствующих геометрических прогрессий

$$\sum_{i=1}^{\infty} q_i^{(+)} = q_1^{(+)} + \frac{q_1^{(+)}}{n} + \frac{q_1^{(+)}}{n^2} + \frac{q_1^{(+)}}{n^3} + \cdots = \frac{q_1^{(+)}}{1 - \frac{1}{n}}, \tag{5.2}$$

$$\sum_{j=1}^{\infty} q_j^{(-)} = q_1^{(-)} + \frac{q_1^{(-)}}{m} + \frac{q_1^{(-)}}{m^2} + \frac{q_1^{(-)}}{m^3} + \cdots = \frac{q_1^{(-)}}{1 - \frac{1}{m}}. \tag{5.3}$$

Знак потенциала будет определяться тем, какой из зарядов $q_1^{(+)}$ или $q_1^{(-)}$ по величине больше.

Затем надо вычислить радиус, получившегося после слияния капель планетоида. Этот радиус найдем из суммарного объема слившихся капель. Учитывая, что размеры положительных и отрицательных капель изменяются одинаковым образом, то можно записать:

$$R = \sqrt[3]{\frac{3V}{4\pi}} = \sqrt[3]{\frac{3\{V^{(+)} + V^{(-)}\}}{4\pi}} = \sqrt[3]{\frac{3V^{(\pm)}}{2\pi}}, \tag{5.4}$$

$$V^{(\pm)} = \frac{4}{3}\pi r_1^3 \left\{\frac{1}{k^3} + \frac{1}{k^6} + \frac{1}{k^9} + \cdots\right\} = \frac{4}{3}\pi \left\{\frac{r_1}{k}\right\}^3 \cdot \frac{1}{1 - \frac{1}{n}}, \tag{5.5}$$

$$R = \sqrt[3]{\frac{3V^{(\pm)}}{2\pi}} = \frac{r_1}{k}\sqrt[3]{\frac{2}{1 - \frac{1}{n}}} \tag{5.6}$$

Подставим (5.2), (5.3) и (5.6) в (5.1) и получим:

$$\varphi = \frac{\sum_{i=1}^{\infty} q_i^{(+)} + \sum_{j=1}^{\infty} q_j^{(-)}}{4\pi\varepsilon_0 R} = \frac{\frac{q_1^{(+)}}{1 - \frac{1}{n}} + \frac{q_1^{(-)}}{1 - \frac{1}{m}}}{4\pi\varepsilon_0 \frac{r_1}{k}\sqrt[3]{\frac{2}{1 - \frac{1}{n}}}}$$

<u>Ответ:</u> $\varphi = \frac{\sum_{i=1}^{\infty} q_i^{(+)} + \sum_{j=1}^{\infty} q_j^{(-)}}{4\pi\varepsilon_0 R} = \frac{\frac{q_1^{(+)}}{1 - \frac{1}{n}} + \frac{q_1^{(-)}}{1 - \frac{1}{m}}}{4\pi\varepsilon_0 \frac{r_1}{k}\sqrt[3]{\frac{2}{1 - \frac{1}{n}}}}$

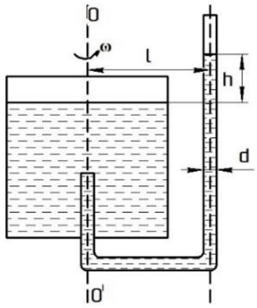
Отборочный этап.
Физика. 10 класс

Вариант 1

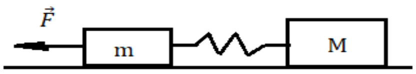
Задача 1 (20 баллов) Небольшое тело лежит на гладкой горизонтальной поверхности, прикреплённое к невесомой пружине. Второй конец пружины зафиксирован. Тело совершает гармонические колебания вдоль прямой с частотой ω_0=10 рад/с. Какой станет частота колебаний ω при уменьшении длины пружины в 2 раза и массы тела в 3 раза? Внимание! (Ответ округлить до десятых [рад/с] и записать без указания единиц измерений, десятичный разделитель запятая)

Задача 2 (20 баллов) Расположенная внутри барокамеры горизонтально пробирка, сделанная из стекла, открыта с обеих сторон. Давление воздуха в барокамере составляет p_0 = 500 Па. Два тонких металлических поршня, которые способны скользить без трения, находятся внутри трубки. Когда расстояние между ними d_0 = 1,5 см, поршни находятся в равновесии. С помощью гибких проводников поршни подсоединяют к клеммам высоковольтного источника с напряжением U = 40 кВ. Каково будет расстояние d между поршнями после того, как они займут новое положение равновесия. Электрическая постоянная $\varepsilon_0 = 9{\cdot}10^{-12}$ Ф/м. Температура воздуха не изменяется. Электрическое поле между поршнями считать однородным. Внимание! (Ответ округлить до десятых [см] и записать без указания единиц измерений, десятичный разделитель запятая)

Задача 3 (20 баллов) Тонкая стеклянная трубка, открытая с двух концов, герметично вставлена в сосуд с жидкостью и может свободно вращаться вокруг оси 0-0' (см. рис.). Уровень жидкости в части трубки, расположенной вне сосуда, на величину h=2см выше уровня жидкости в сосуде. Найти частоту f оборотов в секунду, с которой вращается трубка вокруг оси 0-0'. Диаметр трубки (d) пренебрежимо мал по сравнению с расстоянием (*l=0,2 м*) от наружной части трубки, находящейся вне сосуда вращения (см. рис.). Капиллярными эффектами пренебречь. (g принять равным 9,8 м/с^2). Внимание! (Ответ округлить до десятых [Гц] и записать без указания единиц измерений, десятичный разделитель запятая)



Задача 4 (20 баллов) На горизонтальном столе покоятся два бруска с массами m=3 кг и M=10 кг, соединенные невесомой ненапряженной пружиной. Коэффициент трения брусков о стол μ=0,1. Какую наименьшую постоянную горизонтальную силу F надо приложить к бруску массы m, чтобы сдвинулся и брусок массы M? Принять g=10 м/с^2. Внимание! Ответ округлить до целых [Н] и записать без указания единиц измерений.



Задача 5 (20 баллов) Вертолет Ми-28 «Ночной охотник» неподвижно завис над землей. Диаметр винта вертолета 17,2 м. Суммарная полезная выдаваемая мощность двигателей 5000 л.с. Универсальная газовая постоянная R = 8,3 Дж·К$^{-1}$·моль$^{-1}$, температура воздуха 4°С. Атмосферное давление 100 кПа. Определить v - скорость потока воздуха от винта. Внимание! (Ответ округлить до целых [м/с] и записать без указания единиц измерений)

ОТВЕТЫ К ОЛИМПИАДЕ 10 – ГО КЛАССА
Отборочный этап. Вариант 1.

1. 24,5 [рад/с]
2. 1,4 [см]
3. 0,5[Гц]
4. 8 [Н]
5. 29 [м/с]