ФИЗИКА

ВАРИАНТ 1

1. Тело массой M подвешено на длинной невесомой нити. Нить отклонили так, что тело понялась на высоту h. После этого тело опустили. В момент, когда оно проходило нижнюю точку траектории, в тело попал горизонтально летевший пластилиновый шарик, который прилип к телу, после чего тело остановилось. С какой скорость летел шарик, если его масса m?
Решение:

Обозначим через V_0 скорость тела в нижней точке траектории. По закону сохранения энергии имеем: $Mgh = \frac{M\,V_0^2}{2}$. Отсюда $V_0 = \sqrt{2gh}$. Поскольку после удара тело и пластилиновый шарик останавливаются, из закона сохранения импульса следует, что $\mathrm{M\,V_0} - \mathrm{m}V = 0$, где V – скорость пластилинового шарика до удара. Выразим $\mathrm{V} = \frac{\mathrm{M}}{\mathrm{m}}\mathrm{V_0} = \frac{\mathrm{M}}{\mathrm{m}}\sqrt{2\mathrm{gh}}$.

Ответ: $\mathrm{V} = \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{M}}\sqrt{2\mathrm{gh}}$.

2. Шарик массой $m = 100$ г подвешен к потолку на легкой пружине длиной 0,5 м, жесткостью $k = 100$ Н/м, и совершает вертикальные колебания с амплитудой $A = 2$ см. Найдите наибольшее ускорение шарика.
Решение:

Длина пружины много больше амплитуды колебаний, поэтому колебания будем считать малыми. Тогда угловая частота колебаний $\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$. Ускорение шарика равно второй производной от смещения $a = A\omega^2 \cos \omega t$. Так как максимальное значение косинуса равно 1, получаем:

$$a = \frac{Ak}{m} = 20 \text{ м/с}^2$$

Ответ: $a = 20$ м/с^2.

3. Два точечных заряда q_1 и q_2 расположены на некотором расстоянии друг от друга в бесконечной среде с диэлектрической проницаемостью $\varepsilon = 2$. Энергия их взаимодействия равна W. Заряды поместили в бесконечную среду с диэлектрической проницаемостью $\varepsilon_1 = 4$, сохранив их расположение. Энергия их взаимодействия стала равна W_1. Найти отношение $\frac{W_1}{W}$.

Решение:

Энергия взаимодействия точечных зарядов равна $W = k\frac{q_1 q_2}{\varepsilon r}$, где r – расстояние между зарядами. В среде с диэлектрической проницаемостью ε_1, соответственно $W_1 = k\frac{q_1 q_2}{\varepsilon_1 r}$.

Ответ: $\frac{W_1}{W} = \frac{\varepsilon}{\varepsilon_1} = 0{,}5$.

4. Сила тока I в металлическом проводнике равна 1 А, сечение S проводника 5 мм^2. Принимая, что в каждом кубическом сантиметре металла содержится $n = 2{,}5 \cdot 10^{22}$ свободных электронов определить среднюю скорость $< v >$ их упорядоченного движения.

Решение:

Учитывая, что плотность тока $j = \frac{I}{S}$ и $j = \text{e} \cdot n \cdot < v >$ (для металла е – заряд электрона), получаем:

$$< v > = \frac{I}{\text{e} \cdot n \cdot S} = 5 \cdot 10^{-5} \text{м/с}.$$

Ответ: $< v > = 5 \cdot 10^{-5}$ м/с.

5. Ток насыщения, протекающий через вакуумный фотоэлемент при его освещении светом $I_\text{н} = 0{,}5$ нА. Определить число N фотоэлектронов, покидающих поверхность катода в единицу времени. Заряд электрона $e = 1{,}6 \cdot 10^{-19}$ Кл.

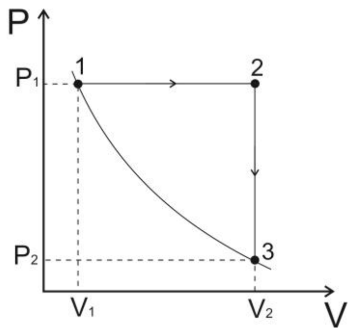
Решение:

N электронов, покидающих поверхность катода в единицу времени, переносят в единицу времени заряд $N \cdot e$. Это и есть (по определению) ток $I_\text{н}$. Приравнивая, $I_\text{н} = N \cdot e$, получаем ответ.

Ответ: $N = \frac{I_\text{н}}{e} = 3{,}1 \cdot 10^9\ c^{-1}$.

6. Один моль идеального газа переводят из состояния «1» по изобаре в состояние «2», а затем из состояния «2» в состояние «3» по изохоре. Найти температуру газа в конечном состоянии «T_3». Считать, что T_1, P_1, P_3, V_1, V_2 – известны. При каких начальных условиях конечная температура будет равна начальной?

Решение:



$$\frac{V_1}{V_2} = \frac{T_1}{T_2}$$

$$\frac{P_1}{P_2} = \frac{T_2}{T_3} => T_3 = \frac{P_2}{P_1} T_2$$

$T_2 = \frac{V_2}{V_1} T_1 => T_3 = \frac{P_2}{P_1}\frac{V_2}{V_1} T_1$

«T_3» будет равна «T_1» при условии, что:

$\frac{P_1}{P_2} = \frac{1}{n}; \frac{V_2}{V_1} = n.$

$T_3 = \frac{1}{n} T_1$

Ответ: $T_3 = \frac{P_2}{P_1}\frac{V_2}{V_1} T_1$, $T_3 = \frac{1}{n} T_1$.

7. Тонкая однородная палочка шарнирно закреплена за верхний конец. Нижний конец палочки погружен в воду. При равновесии под водой находится $k = 1/5$ часть длины палочки. Определить плотность ρ материала, из которого изготовлена палочка. Плотность воды $\rho_в = 1 г/см^3$. У к а з а н и е: обязательно получить ответ в общем буквенном виде, только после этого подставлять числа.

Решение:

Обозначим через l длину, через s — площадь поперечного сечения палочки. Действующий на палочку момент силы тяжести уравновешивается моментом силы Архимеда, которая приложена к середине погруженной в жидкость части палочки:

$\rho slg \cdot \left(\frac{l}{2}\right) cos\alpha = \rho_в sklg \cdot \left(l - \left(\frac{kl}{2}\right)\right) cos\alpha$, где α — угол, который палочка составляет с горизонтом. Отсюда:

$$\rho = \rho_в k(2 - k) = 0{,}36 \text{ г/см}^3.$$

Ответ: $\rho = \rho_в k(2 - k) = 0{,}36 \text{ г/см}^3$.

8. Имеется виток из проводящего материала радиуса R, по нему течет ток I. Найдите магнитное поле на оси кольца в точке P, находящийся на расстоянии L от центра кольца.

Решение:

Возьмём два малых участка проводника с токами ΔI, каждый из пары токов создаёт магнитное поле равное $dB = \frac{\mu_0}{2\pi}\frac{IdLsin\alpha}{r^2}$ при этом учтём, что $d\vec{B} = \vec{B}_x + \overrightarrow{B_\perp}$ теперь $dB_x = dBcos\theta = \frac{\mu_0 I}{4\pi}\frac{dL}{(x^2+R^2)}\frac{R}{(x^2+R^2)^{1/2}}$ в данном случае $dL = 2\pi R$ есть длинна окружности по которой суммируются все ΔI *тогда* $B_x = \frac{\mu_0 I}{4\pi}\frac{2\pi R^2}{(x^2+R^2)^{3/2}} => B = \frac{\mu_0 I}{2R^{5/2}}$

Ответ: $B = \frac{\mu_0 I}{2R^{5/2}}$.

ФИЗИКА

ВАРИАНТ 2

1. Брусок массой m покоится на горизонтальной шероховатой поверхности. К нему прикреплена пружина жесткостью k. Какую работу надо совершить для того, чтобы сдвинуть с места брусок, растягивая пружину в горизонтальном направлении, если коэффициент трения между бруском и поверхностью μ?

Решение:

Брусок сдвинется с места, когда растяжение пружины Δx достигнет такой величины, при которой сила упругости станет равной максимальному значению силы трения покоя: $k\Delta x = \mu mg$. Откуда $\Delta x = \frac{\mu mg}{k}$. Работа по растяжению пружины $A = \frac{k\Delta x^2}{2}$.

Получим $A = \frac{(\mu mg)^2}{2k}$.

Ответ: $A = \frac{(\mu mg)^2}{2k}$.

2. Заряд $q = 0{,}5$ нКл равномерно распределен по сфере радиуса $R = 25$ см. Найти разность потенциалов $\Delta\varphi$ между точками, лежащими на расстоянии $r_0 = 5$ см и $r = 50$ см от центра сферы.

Решение:

Потенциал внутри сферы равен потенциалу на поверхности, то есть в точке r_0: $\varphi_0 = k\frac{q}{R}$, а потенциал вне сферы равен: $\varphi = k\frac{q}{r}$, следовательно: $\Delta\varphi = kq\left(\frac{1}{R} - \frac{1}{r}\right) = 9$ В.

Ответ: $\Delta\varphi = 9$ В.

3. Протон в магнитном поле с индукцией $B = 0{,}01$ Тл описал окружность радиусом 10 см. Найдите скорость протона. Заряд протона $q = 1{,}6 \cdot 10^{-19}$ Кл. Масса протона $m_p = 1{,}67 \cdot 10^{-27}$ кг.

Решение:

В данной задаче речь идёт о движении протона в плоскости.

$F_л = qVBsin\alpha$, $sin\alpha$=1, т.к. $\alpha = 90°$.

По второму закону ньютона $F_л = ma_ц$.

$a_ц = \frac{V^2}{R}$.

$qVB = m\frac{V^2}{R}; qB = m\frac{V}{R} => V = \frac{qBR}{m}$.

Ответ: $V \approx 10^5$ м/с.

4. К конденсатору емкостью 10 мкФ, заряженному до напряжения 6 В подключили катушку индуктивности. В тот момент, когда напряжение на конденсаторе уменьшилось до 4 В, сила тока в катушке составила 10 мА. Чему равна индуктивность катушки?

Решение:

Считая потери энергии в контуре малыми, запишем:

$\frac{CU_0{}^2}{2} = \frac{CU^2}{2} + \frac{LI^2}{2}$, где С – электроемкость конденсатора, L – индуктивность катушки, U_0 – начальное напряжение на конденсаторе (6 В), U – конечное напряжение на нем (4 В), I – сила тока в катушке в тот момент, когда напряжение на конденсаторе упало до 4 В. Отсюда находим:

$L = \frac{CU_0{}^2 - CU^2}{I^2} = 2$ Гн.

Ответ: $L = 2$ Гн.

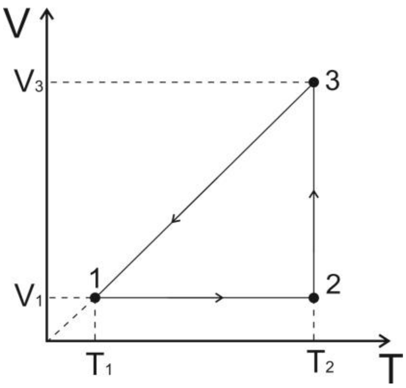
5. Выразить (в единицах постоянной Ридберга R) частоту $\omega_л$ головной линии спектральной серии Лаймана атома водорода.

Решение:

Запишем обобщенную формулу Бальмера $\omega_{m\mapsto n} = R\left(\frac{1}{n^2} - \frac{1}{m^2}\right)$ для определения частоты линии перехода электрона с $m-$й стационарной орбиты на $n-$ю стационарную орбиту. Для серии Лаймана атома водорода $n = 1$. Для головной линии спектральной серии Лаймана атома водорода $m = 2$. Подставляя в обобщенную формулу Бальмера указанные m и n, получаем ответ в единицах постоянной Ридберга R.

Ответ: $\omega_л = (3/4)$ R.

6. Над молем идеального одноатомного газа совершают циклический процесс $V = V(T)$. Определить КПД цикла, зная, что в начальном состоянии «1» температура газа «T_1», а отношение $\frac{V_3}{V_2} = n$. При изотермическом процессе «2-3» совершается работа «А»



Решение:

Переведем цикл $V = V(T)$ в цикл $P = P(V)$.

$Q_{12} = C_V R(T_3 - T_1)$.
Q_{23} =A.
$Q_{31} = C_P R(T_1 - T_3)$.
$\left.\begin{matrix} P_1V_1 = RT_1 \\ P_1V_3 = RT_3 \end{matrix}\right\} \Rightarrow \frac{V_3}{V_1} = \frac{V_3}{V_3} = n = \frac{T_3}{T_1}$.
Тепло принимается на участках «1-2» и «2-3». На участке «3-1» тепло отдается КПД цикла:

$$\eta = \frac{(Q_{12} + Q_{23}) - Q_{31}}{Q_{12} + Q_{23}} = 1 - \frac{Q_{31}}{Q_{12} + Q_{23}}$$

$$\eta = \frac{\frac{3}{2}RT_1\left(\frac{T_3}{T_1} - 1\right) - \frac{5}{2}RT_1\left(\frac{T_3}{T_1} - 1\right) + A}{\frac{3}{2}RT_1\left(\frac{T_3}{T_1} - 1\right) - \frac{5}{2}RT_1\left(\frac{T_3}{T_1} - 1\right) + A}$$

$$\eta = \frac{A - RT_1(n-1)}{A + \frac{3}{2}RT_1(n-1)}$$

Ответ: $\eta = \frac{A - RT_1(n-1)}{A + \frac{3}{2}RT_1(n-1)}$.

7. Деревянный шар привязан тонкой нитью ко дну цилиндрического сосуда с площадью дна $S = 100\ \text{см}^2$. В сосуд наливают жидкость так, что она полностью закрывает шар, при этом нить натянута, располагается вертикально и действует на шар с некоторой силой T. Если нить перерезать, то шар всплывёт, а уровень жидкости изменится на величину $h = 5$ см. Найти силу натяжения нити T. Плотность жидкости $\rho = 1000\ \text{кг/м}^3$, $g = 10\ \text{м/с}^2$.

Решение:

Сначала сила Архимеда уравновешивает силу тяжести и силу натяжения нити, а затем – только силу тяжести:

$mg + T = \rho g V_{\text{ш}}$,

$mg = \rho g V_{\text{погруж}}$,

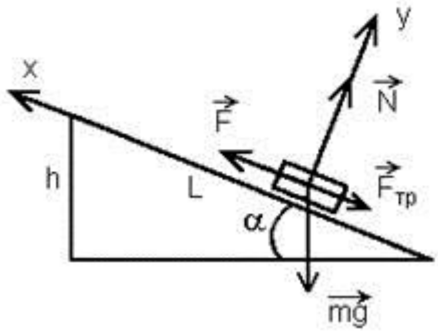
$V_{\text{ш}} - V_{\text{погруж}} = \rho g S h$,

где $V_{\text{ш}}$ – объем шара, $V_{\text{погруж}}$ – объем погруженной в жидкость части плавающего шара. Отсюда:

$T = \rho g S h = 5$ Н.

Ответ: $T = 5$ Н.

8. Трамвай массы М с двигателем постоянного тока движется вверх по улице под углом α к горизонту с постоянной скоростью V. Найти силу тока I в двигателе, если напряжение равно U, КПД трамвая – η, коэффициент трения k.
Решение:



Найдем силу тяги $\vec{F}$ по II закону Ньютона.

$m\vec{g} + \vec{N} + \vec{F} + \overrightarrow{F\text{тр}} = 0,$

где $\vec{N}$ – сила нормальной реакции опоры, $\overrightarrow{F_{\text{тр}}}$ – сила трения.

Введем систему координат с осью X, параллельной улице. Запишем проекции сил на оси координат:

$F - F_{\text{тр}} - \ mgsin\alpha = 0$

$N - mgcos\alpha = 0.$

Учитывая, что $F_{\text{тр}} = k \cdot N,$ получим:

$F = mg(kcos\alpha + sin\alpha).$

Полная затраченная мощность $P = \ UI.$

Полезная мощность $P_{\text{п}} = P\eta = FV.$

$I \ = \frac{mg(kcos\alpha + sin\alpha)V}{\eta U}.$

Ответ: $I \ = \frac{mg(kcos\alpha + sin\alpha)V}{\eta U}.$