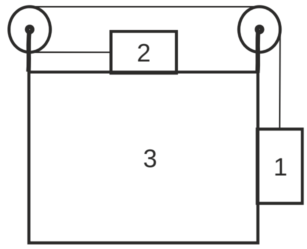
Межрегиональная олимпиада школьников на базе ведомственных образовательных учреждений (2013 г.).
Физика. 11 класс

Вариант 1

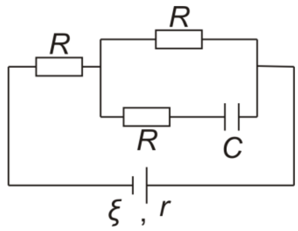
Задача 1 (2 балла). Кошка бежит за мышкой по окружности радиусом R = 5 м с постоянной скоростью $V_к$ = 40 км/ч . Когда расстояние по дуге между ними было равно 1/8 длины окружности, мышка начала убегать со скоростью $V_м$ = 50 км/ч. Через какое время t мышка удалится от кошки на расстояние, равное половине длины окружности?



Задача 2 (4 балла). Найдите модуль и направление ускорения груза 1 в системе, изображённой на рисунке. Горизонтальная плоскость гладкая, трения между грузами нет, нить и блоки невесомы, нить нерастяжима, массы всех трёх грузов одинаковы. В начальный момент все тела покоятся. Ускорение свободного падения равно g.

Задача 3 (3 балла). Три одинаковые тележки стоят на горизонтальном столе, между тележками находятся две одинаковые пружины, при этом они прикреплены только ко второй тележке. Пружины сжаты максимально, т.е. уменьшить расстояние между тележками невозможно. Сначала отпускают пружину, между первой и второй, а затем, через некоторое время, между второй и третьей тележками. Найти скорость третьей тележки V_3. Известно, что если вторую тележку пружиной прислонить к вертикальной стене и максимально сжать, а затем отпустить, то тележка приобретёт скорость V. Трение не учитывать.

Задача 4 (3 балла). Три тонких металлических пластинки площадью S расположили параллельно друг другу на расстояниях d_1 и d_2 друг от друга. Средняя пластинка заряжена зарядом Q, крайние не заряжены. Затем крайние пластинки соединили проводником. Какой заряд протечёт по проводнику? Размеры пластин много больше расстояния между ними.



Задача 5 (2 балла). В схеме изображённой на рисунке, найдите заряд конденсатора. R = 2 Ом, C = 1 мкФ, ξ = 10 В, r = 1 Ом.

Задача 6 (3 балла). Не дожидаясь автобуса, пешеход пошёл пешком к следующей автобусной остановке, павильон которой был виден вдали. Через некоторое время он обнаружил, что кажущаяся высота этого павильона в k = 1.5 раза меньше кажущейся высоты павильона, от которого он отошёл. Пройдя ещё L=100 метров, пешеход заметил, что, наоборот, павильон впереди, кажется ему в k = 1.5 раза выше павильона позади. Найдите расстояние между остановками. Считайте, что кажущийся размер предмета обратно пропорционален расстоянию до него. Остановочные павильоны одинаковы, пешеход идёт по соединяющей их прямой.

ОТВЕТЫ

1 Вариант

1) $t = \frac{3\pi R}{4(V_м - V_k)} = 4{,}2$ сек.

2) $a_1 = \mathrm{g}\sqrt{\frac{2}{5}}, \propto = arctg3.$

3) $V_3 = \frac{V}{\sqrt{2}}\left(1 + \frac{1}{\sqrt{3}}\right).$

4) $q = \frac{Q(d_1 - d_2)}{2(d_1 + d_2)}.$

5) $Q = \frac{2\xi \mathrm{RC}}{2R + r} = 8 \cdot 10^{-6}$ Кл.

6) $AB = \frac{k+1}{k-1}L = 500$ м.

РЕШЕНИЯ

1 Вариант

Задача 1 (2 балла). Кошка бежит за мышкой по окружности радиусом R = 5 м с постоянной скоростью $V_к$ = 40 км/ч . Когда расстояние по дуге между ними было равно 1/8 длины окружности, мышка начала убегать со скоростью $V_к$ = 50 км/ч. Через какое время t мышка удалится от кошки на расстояние, равное половине длины окружности?

Решение. Запишем зависимость пути, пройденного кошкой и мышкой от времени, учтем, что мышка опережала кошку.

$$S_k = V_k t,$$

$$S_м = \frac{1}{8} 2\pi R + V_м t.$$

Условие, что расстояние между кошкой и мышкой равно половине окружности:

$$S_м - S_k = \frac{1}{2} 2\pi R.$$

Подставим выражения для S_k и $S_м$ в последнее соотношение:

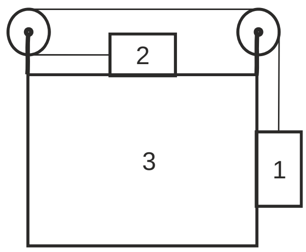
$$\pi R = \frac{\pi R}{4} + V_м t - V_k t.$$

Выразим отсюда t и получим:

$$t = \frac{3\pi R}{4(V_м - V_k)} = 4{,}2 \text{ сек.}$$

1 Вариант

Задача 2 (4 балла). Найдите модуль и направление ускорения груза 1 в системе, изображенной на рисунке. Горизонтальная плоскость гладкая, трения между грузами нет, нить и блоки невесомы, нить нерастяжима, массы всех трех грузов одинаковы. В начальный момент все тела покоятся. Ускорение свободного падения равно g.



Решение.

Введем неподвижную систему координат, как показано на рисунке. Обозначим силу натяжения нити через T (она постоянна вдоль всей длины нити, так как нить и блоки невесомы и трения нет), а силу нормального давления груза 3 на груз 1 через N.

Центр масс системы грузов остается на месте. Поэтому при движении системы груз 2 смещается влево, а груз 3 вместе с грузом 2 – вправо, причем груз 1 смещается еще и вниз. Отсюда следует, что смещения грузов 1 и 3 по горизонтали одинаковы: $\Delta x_1=\Delta x_3$. Из нерастяжимости нити следует, что смещение груза 1 по вертикали равно по величине и противоположно по знаку смещению груза 2 относительно груза 3 в горизонтальном направлении: $\Delta y_1=-\Delta x_{2отн}$. В свою очередь, $\Delta x_{2отн}= \Delta x_2- \Delta x_3= \Delta x_2- \Delta x_1$. Отсюда следуют уравнения кинематических связей: $a_{1x}=a_{3x}$, $a_{1y}=a_{1x}- a_{2x}$.

Уравнения движения тел системы в проекциях на оси координат имеют вид:

$$ma_{1x} = N, \qquad ma_{1y} = mg - T,\ \ ma_{2x} = -T,\ \ ma_{3x} = T - N.$$

Решая полученную систему уравнений, находим проекции ускорения первого груза: $a_{1x} = \frac{g}{5}$, $a_{1y} = 3\frac{g}{5}$. Следовательно, величина ускорения груза 1 равна

$$a_1 = \sqrt{a_{1x}^2 + a_{1y}^2} = \mathrm{g}\sqrt{\frac{2}{5}},$$

и оно направлено вниз под таким углом α к горизонту, что

$$\propto = arctg\frac{a_{1y}}{a_{1x}} = arctg3.$$

1 Вариант

Задача 3 (3 балла). Три одинаковые тележки стоят на горизонтальном столе, между тележками находятся две одинаковые пружины, при этом они прикреплены только ко второй тележке. Пружины сжаты максимально, т.е. уменьшить расстояние между тележками невозможно. Сначала отпускают пружину, между первой и второй, а затем, через некоторое время, между второй и третьей тележками. Найти скорость третьей тележки V_3. Известно, что если вторую тележку пружиной прислонить к вертикальной стене и максимально сжать, а затем отпустить, то тележка приобретёт скорость V. Трение не учитывать.

Решение. Запишем закон сохранения энергии для случая, когда тележка отталкивается от стены:

$$\frac{kx^2}{2} = \frac{mV^2}{2}.$$

Законы сохранения импульса и энергии для системы трех тележек, когда отпустили первую пружину:

$$0 = -mV_1 + 2mV'_2,$$
$$\frac{kx^2}{2} = \frac{mV_1^2}{2} + \frac{2mV'^2_2}{2};$$

здесь V_1 - скорость первой тележки, а V'_2 - скорость второй и третьей тележек после того, как отпустили первую пружину.

Законы сохранения импульса и энергии для системы второй и третьей тележек, когда отпустили вторую пружину:

$$2mV'_2 = -mV_2 + mV_3,$$
$$\frac{kx^2}{2} + \frac{2mV'^2_2}{2} = \frac{mV_2^2}{2} + \frac{mV_3^2}{2};$$

здесь V_2 - скорость второй тележки, а V_3 - скорость третьей тележки после того, как отпустили вторую пружину.

В результате алгебраических преобразований получаем:

$$V_1 = \sqrt{\frac{2}{3}}V,$$
$$V_2 = \frac{V}{\sqrt{2}}\left(1 - \frac{1}{\sqrt{3}}\right),$$
$$V_3 = \frac{V}{\sqrt{2}}\left(1 + \frac{1}{\sqrt{3}}\right).$$

Ответ: $V_3 = \frac{V}{\sqrt{2}}\left(1 + \frac{1}{\sqrt{3}}\right)$.

1 Вариант

Задача 4 (3 балла). Три тонких металлических пластинки площадью S расположили параллельно друг другу на расстояниях d_1 и d_2 друг от друга. Средняя пластинка заряжена зарядом Q, крайние не заряжены. Затем крайние пластинки соединили проводником. Какой заряд протечёт по проводнику? Размеры пластин много больше расстояния между ними.

Решение.

После соединения проводником, произойдёт поляризация зарядов крайних пластин, и их потенциалы станут равными. Используем это обстоятельство для нахождения их зарядов. Это можно сделать следующим образом. Поскольку потенциалы крайних пластин равны, то работа, которую совершит электрическое поле над пробным зарядом при его перенесении с одной крайней пластины на другую (например, с левой на правую), должна быть равна нулю. Эта работа связана с напряжённостью электрического поля в области между пластинами, которая в свою очередь определяется зарядами всех пластин. Находя эту работу и приравнивая её к нулю, можно найти заряды крайних пластин после соединения и, следовательно заряд протекший по проводнику.

Пусть заряд левой пластины после соединения будет q, заряд правой - -q (знак заряда нам заранее неизвестен). Согласно принципу суперпозиции напряжённость электрического поля и в области между левой и центральной пластинами, и в области между центральной и правой есть векторная сумма напряжённостей полей, созданных зарядами q, Q и -q. Поэтому имеем для проекции вектора суммарного поля на ось x в области между левой и центральной пластинами (обозначим эту величину E_{1x}) и в области между центральной и правой пластинами (E_{2x}).

$$E_{1x} = \frac{q}{2S\varepsilon_0} - \frac{Q}{2S\varepsilon_0} - \frac{-q}{2S\varepsilon_0} = \frac{2q - Q}{2S\varepsilon_0};$$
$$E_{2x} = \frac{q}{2S\varepsilon_0} + \frac{Q}{2S\varepsilon_0} - \frac{-q}{2S\varepsilon_0} = \frac{2q + Q}{2S\varepsilon_0};$$

Если перенести пробный заряд Δq с левой пластины на правую, то электрическое поле совершит над этим зарядом работу:

$$A = \Delta q(\varphi_{\text{л}} - \varphi_{\text{п}}) = \Delta q E_{1x} d_1 + \Delta q E_{2x} d_2,$$

где $\varphi_{\text{л}}$ и $\varphi_{\text{п}}$ - потенциалы левой и правой пластин. Подставляя в выражение для работы напряжённости полей E_{1x} и E_{2x} и приравнивая её к нулю (потенциалы пластин после соединения одинаковы), получим:

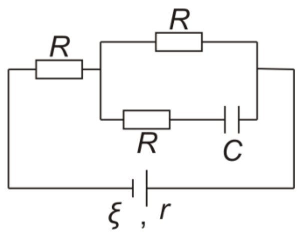
$$\frac{(2q - Q)d_1}{2S\varepsilon_0} + \frac{(2q + Q)d_2}{2S\varepsilon_0} = 0.$$

Решая данное уравнение, найдём заряд левой пластины после соединения её с правой:

$$q = \frac{Q(d_1 - d_2)}{2(d_1 + d_2)}.$$

Из данного соотношения следует, что если $d_1 > d_2$, то знак заряда левой пластины совпадает со знаком заряда Q, если $d_1 < d_2$ – противоположен, если $d_1 = d_2$, крайние пластины не заряжены (последний результат можно было ожидать заранее: в симметричной ситуации отсутствует выделенное направление, в котором могли бы перемещаться заряды). Поскольку первоначально пластины не были заряжены, то при их соединении проводником по нему от левой пластины к правой пройдёт заряд –q.

1 Вариант



Задача 5 (2 балла). В схеме изображённой на рисунке, найдите заряд конденсатора. R = 2 Ом, C = 1 мкФ, ξ = 10 В, r = 1 Ом.

Решение.

Поскольку через ветвь, содержащую конденсатор постоянный электрический ток не течет, сопротивление всей замкнутой электрической цепи равно 2R + r. По закону Ома для замкнутой электрической цепи находим ток в цепи:

$$I = \frac{\xi}{2R + r},$$

а по закону Ома для однородного участка цепи - разность потенциалов между точками разветвления цепи:

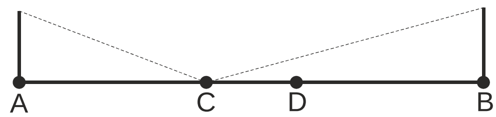
$$\varphi_1 - \varphi_2 = IR = \frac{\xi R}{2R + r}.$$

Так как ток через нижнее сопротивление R не течет, то разность потенциалов на нижнем сопротивлении R равна нулю, и, следовательно, разность потенциалов на конденсаторе такая же, как и между точками разветвления цепи. Поэтому заряд конденсатора:

$$Q = (\varphi_1 - \varphi_2)C = \frac{\xi R C}{2R + r} = 4 \cdot 10^{-6}\text{ Кл}.$$

1 Вариант

Задача 6 (3 балла). Не дожидаясь автобуса, пешеход пошёл пешком к следующей автобусной остановке, павильон которой был виден вдали. Через некоторое время он обнаружил, что кажущаяся высота этого павильона в k = 1.5 раза меньше кажущейся высоты павильона, от которого он отошёл. Пройдя ещё L=100 метров, пешеход заметил, что, наоборот, павильон впереди, кажется ему в k = 1.5 раза выше павильона позади. Найдите расстояние между остановками. Считайте, что кажущийся размер предмета обратно пропорционален расстоянию до него. Остановочные павильоны одинаковы, пешеход идёт по соединяющей их прямой.



Решение. Для решения задачи сделаем чертёж (см. рисунок). Обозначим на нем буквами A и B начальную и конечную автобусные остановки, буквой C - точку, откуда остановочный павильон B казался в k = 1.5 раза ниже павильона A, буквой D - точку, откуда остановочный павильон A казался пешеходу в k = 1.5 раза ниже павильона B. Поскольку видимый размер павильона обратно пропорционален расстоянию до него, то справедливы следующие пропорции:

$$\frac{AC}{CD+DB}=\frac{1}{k}, \quad \frac{DB}{AC+CD}=\frac{1}{k}.$$

Из них получаем:

$$\frac{AC}{AC+CD+DB}=\frac{1}{k+1}=\frac{AC}{AB}, \quad \frac{DB}{AC+CD+DB}=\frac{1}{k+1}=\frac{DB}{AB}.$$

С другой стороны, $CD = AB - AC - DB$, откуда

$$\frac{CD}{AB}=1-\frac{AC}{AB}-\frac{DB}{AB}=1-\frac{1}{k+1}-\frac{1}{k+1}=\frac{k-1}{k+1}.$$

Отсюда, учитывая, что CD = L, получаем:

$$AB=\frac{k+1}{k-1}L=500 \text{ м.}$$