

Программа общеобразовательного вступительного испытания по математике

Настоящая программа состоит из четырёх разделов.

В первом разделе приводится перечень понятий, фактов и методов, которыми должен владеть абитуриент при выполнении письменной работы по математике. Во втором разделе указано, какие навыки и умения требуются от поступающего. В третьем разделе приведён примерный вариант заданий общеобразовательного вступительного испытания. Четвёртый раздел – примерный список литературы для подготовки.

Объем знаний и степень владения материалом, описанным в программе, соответствуют курсу математики средней школы. Поступающий может пользоваться всем арсеналом средств из этого курса, включая и начала математического анализа. Однако для решения экзаменационных задач достаточно уверенного владения лишь теми понятиями и их свойствами, которые перечислены в настоящей программе. Объекты и факты, не изучаемые в общеобразовательной школе, также могут использоваться поступающими, но при условии обоснования (доказательства).

Для подготовки к общеобразовательному вступительному испытанию по математике целесообразно воспользоваться дополнительной литературой – сборниками задач с разобранными решениями и методическими рекомендациями. Примеры таких пособий – в разделе IV ([6], [7], [8]).

Раздел I.

Основные понятия

1. Натуральные числа. Делимость. Простые и составные числа. Наибольший общий делитель и наименьшее общее кратное.
2. Целые, рациональные и действительные числа. Проценты. Модуль числа,

степень, корень, арифметический корень, логарифм. Синус, косинус, тангенс, котангенс числа (угла). Арксинус, арккосинус, арктангенс, арккотангенс числа.

3. Числовые и буквенные выражения. Равенства и тождества.
4. Функция, ее область определения и область значений. Возрастание, убывание, периодичность, четность, нечетность. Наибольшее и наименьшее значения функции. График функции.
5. Линейная, квадратичная, степенная, показательная, логарифмическая, тригонометрические функции.
6. Уравнение, неравенства, система. Решения (корни) уравнения, неравенства, системы. Равносильность.
7. Арифметическая и геометрическая прогрессии.
8. Прямая на плоскости. Луч, отрезок, ломаная, угол.
9. Треугольник. Медиана, биссектриса, высота.
10. Выпуклый многоугольник. Квадрат, прямоугольник, параллелограмм, ромб, трапеция. Правильный многоугольник. Диагональ.
11. Окружность и круг. Радиус, хорда, диаметр, касательная, секущая. Дуга окружности и круговой сектор. Центральные и вписанные углы.
12. Прямая и плоскость в пространстве. Двугранный угол.
13. Многогранник. Куб, параллелепипед, призма, пирамида.
14. Цилиндр, конус, шар, сфера.
15. Равенство и подобие фигур. Симметрия.
16. Параллельность и перпендикулярность прямых, плоскостей. Скрещивающиеся прямые. Угол между прямыми, плоскостями, прямой и плоскостью.
17. Касание. Вписанные и описанные фигуры на плоскости и в пространстве. Сечение фигуры плоскостью.
18. Величина угла. Длина отрезка, окружности и дуги окружности. Площадь

многоугольника, круга и кругового сектора. Площадь поверхности и объем многогранника, цилиндра, конуса, шара.

19. Координатная прямая. Числовые промежутки. Декартовы координаты на плоскости и в пространстве. Векторы.

Алгебра([1], [2], [3])

1. Признаки делимости на 2, 3, 5, 9, 10.
2. Свойства числовых неравенств.
3. Формулы сокращенного умножения.
4. Свойства линейной функции и ее график.
5. Формула корней квадратного уравнения. Теорема о разложении квадратного трехчлена на линейные множители. Теорема Виета.
6. Свойства квадратичной функции и ее график.
7. Неравенство, связывающее среднее арифметическое и среднее геометрическое двух чисел. Неравенство для суммы двух взаимно обратных чисел.
8. Формулы общего члена и суммы n первых членов арифметической прогрессии.
9. Формулы общего члена и суммы n первых членов геометрической прогрессии.
10. Свойства степеней с натуральными и целыми показателями. Свойства арифметических корней n -й степени. Свойства степеней с рациональными показателями.
11. Свойства степенной функции с целым показателем и её график.
12. Свойства показательной функции и её график.
13. Основное логарифмическое тождество. Логарифмы произведения, степени, частного. Формула перехода к новому основанию.
14. Свойства логарифмической функции и ее график.

15. Основное тригонометрическое тождество. Соотношения между тригонометрическими функциями одного и того же аргумента. Формулы приведения, сложения, двойного и половинного аргумента, суммы и разности тригонометрических функций. Выражение тригонометрических функций через тангенс половинного аргумента. Преобразование произведения синусов и косинусов в сумму. Преобразование выражения $a \cdot \sin x + b \cdot \cos x$ с помощью вспомогательного аргумента.
16. Формулы решений простейших тригонометрических уравнений.
17. Свойства тригонометрических функций и их графики.

Геометрия ([4], [5])

1. Теоремы о параллельных прямых на плоскости.
2. Свойства вертикальных и смежных углов.
3. Свойства равнобедренного треугольника.
4. Признаки равенства треугольников.
5. Теорема о сумме внутренних углов треугольника. Теорема о внешнем угле треугольника. Свойства средней линии треугольника.
6. Теорема Фалеса. Признаки подобия треугольников.
7. Признаки равенства и подобия прямоугольных треугольников. Пропорциональность отрезков в прямоугольном треугольнике. Теорема Пифагора.
8. Свойство серединного перпендикуляра к отрезку. Свойство биссектрисы угла.
9. Теоремы о пересечении медиан, пересечении биссектрис и пересечении высот треугольника.
10. Свойство отрезков, на которые биссектриса треугольника делит противоположную сторону.
11. Свойство касательной к окружности. Равенство касательных, проведенных

из одной точки к окружности. Теоремы о вписанных углах. Теорема об угле, образованном касательной и хордой. Теоремы об угле между двумя пересекающимися хордами и об угле между двумя секущими, выходящими из одной точки. Равенство произведений отрезков двух пересекающихся хорд. Равенство квадрата касательной произведению секущей на ее внешнюю часть.

12. Свойство четырехугольника, вписанного в окружность. Свойство четырехугольника, описанного около окружности.
13. Теорема об окружности, вписанной в треугольник. Теорема об окружности, описанной около треугольника.
14. Теоремы синусов и косинусов для треугольника.
15. Теорема о сумме внутренних углов выпуклого многоугольника.
16. Признаки параллелограмма. Свойства параллелограмма.
17. Свойства средней линии трапеции.
18. Формула для вычисления расстояния между двумя точками на координатной плоскости. Уравнение окружности.
19. Теоремы о параллельных прямых в пространстве. Признак параллельности прямой и плоскости. Признак параллельности плоскостей.
20. Признак перпендикулярности прямой и плоскости. Теорема об общем перпендикуляре к двум скрещивающимся прямым. Признак перпендикулярности плоскостей. Теорема о трех перпендикулярах.

Раздел II.

Требования к поступающему

На экзамене по математике поступающий должен уметь:

1. Выполнять (без калькулятора) действия над числами и числовыми выражениями.
2. Преобразовывать буквенные выражения.

3. Переводить одни единицы измерения величин в другие.
4. Сравнивать числа (без калькулятора).
5. Решать уравнения, неравенства, системы (в том числе с параметрами) и исследовать их решения.
6. Исследовать функции.
7. Строить графики функций и множества точек на координатной плоскости, заданные уравнениями и неравенствами.
8. Изображать геометрические фигуры на чертеже.
9. Делать дополнительные построения.
10. Строить сечения.
11. Применять признаки равенства, подобия фигур и их принадлежности к тому или иному виду.
12. Пользоваться свойствами чисел, векторов, функций и их графиков, свойствами арифметической и геометрической прогрессий.
13. Пользоваться свойствами геометрических фигур, их характерных точек, линий и частей, свойствами равенства, подобия и взаимного расположения фигур.
14. Пользоваться соотношениями и формулами, содержащими модули, степени, корни, логарифмические, тригонометрические выражения, величины углов, длины, площади, объемы.
15. Составлять уравнения, неравенства и находить значения величин, исходя из условия задачи.
16. Излагать и оформлять решение логически правильно, полно и последовательно, с необходимыми пояснениями.

Раздел III.

Примерный вариант заданий общеобразовательного вступительного испытания

1. Вычислите $\sqrt[3]{0,125 \cdot 512}$.
2. Упростите выражение $\frac{1}{\sqrt{5}-2} - \sqrt{5}$.
3. Найдите угловой коэффициент прямой, проходящей через точки с координатами $(1, 0)$ и $(0, 16)$.
4. Сколько отрицательных целых чисел удовлетворяет неравенству $\frac{x^2}{x+2} > \frac{1}{2}$.
5. Одна таблетка лекарства весит 20 мг и содержит 5% активного вещества. Врач прописал Мише 0,2 мг активного вещества на каждый килограмм веса в сутки. Сколько таблеток этого лекарства нужно дать Мише в течение суток, если он весит 15 килограмм.
6. Вычислите сумму кубов двух чисел, если их сумма равна 11, а их произведение равно 21.
7. В треугольнике ABC угол A равен 21° , углы B и C – острые, высоты BD и CE пересекаются в точке O . Найдите угол DOE .
8. Найдите производную функции $e^{(-2x)^2}$.
9. В цилиндрическом сосуде уровень жидкости достигает 64 см. На какой высоте будет находиться уровень жидкости, если ее перелить в другой цилиндрический сосуд, диаметр которого в 4 раза больше диаметра первого?
10. Найдите $\cos \alpha$, если $\sin \alpha = \frac{\sqrt{7}}{4}$ и $\alpha \in (\frac{\pi}{2}, \pi)$.
11. Стёпа собирает 15 одинаковых роботов из конструктора на 1 час быстрее, чем Миша. Сколько роботов в час собирает Миша, если известно, что Стёпа за час собирает на 4 робота больше.
12. Решите уравнение $(x+2)^2 = 2|x+2|+3$.
13. Решите неравенство $\sqrt{x^2+3x+4} > 1 + \sqrt{x^2+3x+2}$.
14. Прямая, касающаяся окружности в точке K , параллельна хорде $AB = 6$. Найдите радиус окружности, если $AK = 5$.
15. Найдите площадь фигуры заданной системой $\begin{cases} y \geq -|x|-1 \\ y \leq -2|x|+3 \end{cases}$.
16. Решите систему уравнений: $\begin{cases} y^2 = 4^x + 8 \\ 2^{x+1} + y + 1 = 0 \end{cases}$.
17. Решите неравенство $7^{1-3x^2-5x} + 7^{-3x^2-5x} < 8 \cdot 7^{6(x+1)}$.

18. Среди первых 25 членов арифметической прогрессии сумма членов с нечетными номерами на 19 больше, чем с четными. Найдите двенадцатый член прогрессии, если ее двадцатый член равен утроенному девятому.
19. Найдите все a , при которых любое решение системы
$$\begin{cases} x + y = a \\ 2x - y = 3 \end{cases}$$
 удовлетворяет неравенству $x > y$.

Раздел IV.

Литература

1. Звавич Л.И., Рязановский А.Р. Алгебра 8 класс. – М.: Мнемозина, 2008. – 276 с.
2. Звавич Л.И., Рязановский А.Р., Семенов П.В. Алгебра 9 класс. – М.: Мнемозина, 2008. – 336 с.
3. Мордкович А.Г. Алгебра и начала математического анализа (профильный уровень). Учебник для 10-11 классов средней школы в 2-х ч. – М.: Мнемозина, 2013. – 271 с.
4. Атанасян Л.С., Бутузов В.Ф., Кадомцев С.Б. и др. Геометрия. Учебник для 7-9 классов. – М.: Просвещение, 2014. – 384 с.
5. Атанасян Л.С., Бутузов В.Ф., Кадомцев С.Б. и др. Геометрия (базовый и профильный уровни). Учебник для 10-11 классов средней школы. – М.: Просвещение, 2012. – 255с.
6. Сагитов Р.В., Шершнева В.Г. Сборник задач по математике для подготовительных курсов. – М.: Менеджер, 2007 г. – 160 с.
7. Сканава М.И. Сборник задач по математике для поступающих в вузы. – М.: Мир и Образование, 2017 г. – 608 с.
8. Рывкин А.А., Ваховский Е.Б. Сборник задач по математике для поступающих в вузы. М.: Мир и Образование, 2003 г. – 544 с.