

1. Упростите выражение

$$\frac{\sqrt{6 + 2\sqrt{5}} - \sqrt{4 + 2\sqrt{3}}}{\sqrt{5} + \sqrt{3}} + \sqrt{15}.$$

2. Из пункта А, расположенного на реке, одновременно начали движение две моторные лодки – первая против течения, а вторая по течению реки. Спустя 1 час первая лодка развернулась и через 2 часа после этого догнала первую лодку. Во сколько раз скорость первой лодки больше скорости второй?

3. Решите неравенство

$$\frac{\sqrt{x^2 + 6x + 9} - 3}{(x^2 + 3x + 1)^2 - 1} \geq 0.$$

4. Сумма всех членов бесконечно убывающей геометрической прогрессии в 13 раз больше суммы кубов всех членов этой же прогрессии. При этом сумма первых трёх членов равна $\frac{13}{27}$. Найдите первый член прогрессии.

5. Решите уравнение

$$3\cos^4 x + 2\sin^2 2x = 3.$$

6. Решите неравенство

$$\log_x(x + 1) \cdot \log_{(x+1)}(2x^2) \leq \log_x(4 - x) \cdot \log_{(4-x)}(x^3).$$

7. В остроугольном треугольнике ABC биссектриса BM пересекает описанную около треугольника ABC окружность в точке D . Найдите радиус окружности, вписанной в треугольник ACD , если $AC = \sqrt{3}$, а радиус описанной около треугольника ABC окружности равен 1.

8. При каких a уравнение

$$(x^2 + 1)^{\log_2(a(x^2+1))} = a$$

имеет ровно два решения?