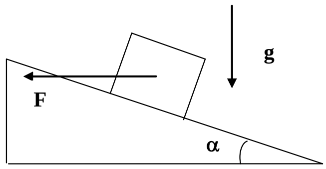
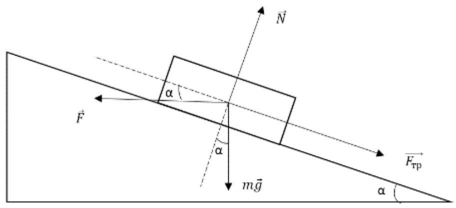
ФИЗИКА (ПРОФИЛЬНЫЙ ЭКЗАМЕН)

ВАРИАНТ 2017-К1-1

1. С какой горизонтальной силой F надо действовать на брусок массой $m = 2$ кг, находящийся на неподвижной наклонной плоскости с углом наклона к горизонту $\alpha = 30^0$, чтобы он двигался равномерно вверх по наклонной плоскости (см. рис.)? Коэффициент трения бруска о наклонную плоскость равен $k = 0{,}3$. $g = 10$ м/с^2.



Решение:



$$N = mg \cdot \cos\alpha + F \cdot \sin\alpha$$

$$F\cos\alpha = mg \cdot \sin\alpha + k(mg \cdot \cos\alpha + F \cdot \sin\alpha)$$

$$F = \frac{mg(\sin\alpha + k \cdot \cos\alpha)}{\cos\alpha - k \cdot \sin\alpha} = \frac{2 \cdot 10(0{,}5 + 0{,}3 \cdot 0{,}87)}{0{,}87 - 0{,}3 \cdot 0{,}5} \approx 21{,}1 \text{ Н}$$

2. Один моль идеального газа переводят по изобаре из состояния с температурой T_1 и объемом V_1 в состояние, в котором объем газа уменьшается на некоторую величину ΔV, а температура становится равной T_2. Найти изменение объема ΔV.

Решение:

Запишем уравнение изобары: $\frac{V_1}{V_2} = \frac{T_1}{T_2}$ (1),

$$V_2 = V_1 - \Delta V \text{ (2)}$$

(2) в (1): $\frac{V_1}{V_1 - \Delta V} = \frac{T_1}{T_2}$ (3)

$$T_2 \cdot V_1 = T_1 \cdot (V_1 - \Delta V) \text{ (4)}$$

$$\Delta V = \frac{(T_2 - T_1) \cdot V_1}{T_1} = (\frac{T_2}{T_1} - 1) \cdot V_1$$

3. В баллоне находится одноатомный идеальный газ в количестве $\nu = 4$ моля при температуре $\text{Т}_\text{н} = 300$ К. При нагревании баллона средняя квадратичная скорость молекул газа увеличилось в $n = 1{,}3$ раза. Какое количество теплоты Q сообщили газу? Универсальная газовая постоянная $R = 8{,}314$ Дж/(К моль).

Решение.

Запишем 1-е начало термодинамики.

$$Q = \mathit{\Delta} U + A.$$

Баллон в процессе нагревания газа не меняет своего объема: $\mathit{\Delta} V = 0$.

Следовательно, газ не совершает работы: $\text{А} = 0$.

Внутренняя энергия идеального газа есть функция только температуры:

$$U = \frac{3}{2}\nu RT.$$

Тогда (с учетом вышесказанного) $Q = \mathit{\Delta} U = \frac{3}{2}\nu R \mathit{\Delta} T$.

Внутренняя энергия идеального газа определяется средней квадратичной скоростью молекул газа:

$$\frac{mv^2}{2} = \frac{3kT}{2}.$$

Следовательно, конечная и начальная температуры газа удовлетворяют отношению:

$$\frac{T_к}{T_н} = \frac{v_к^2}{v_н^2} = n^2.$$

Окончательно имеем

$$Q = \Delta U = \frac{3}{2}\nu R\Delta T = \frac{3}{2}\nu R(T_к - T_н) = \frac{3}{2}\nu RT_н(n^2 - 1) = 10{,}3 \text{ кДж}.$$

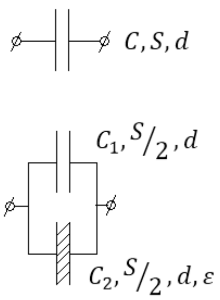
4. Плоский воздушный конденсатор с вертикально расположенными пластинами наполовину погрузили в воду с диэлектрической проницаемостью ε равной 81. Как изменится емкость?

Решение.

C – емкость конденсатора до погружения,

C' – емкость конденсатора после погружения.

После погружения конденсатора образовалась система двух параллельно соединенных конденсаторов с вдвое меньшей площадью пластин.



$$C = \frac{\varepsilon_0 S}{d}$$

$$C_1 = \frac{\varepsilon_0 S}{2d} = \frac{C}{2}$$

$$C_2 = \frac{\varepsilon\varepsilon_0 S}{2d} = \frac{\varepsilon C}{2}$$

$$C' = C_1 + C_2 = \frac{C}{2} + \frac{\varepsilon C}{2} = \frac{1}{2}C(\varepsilon + 1)$$

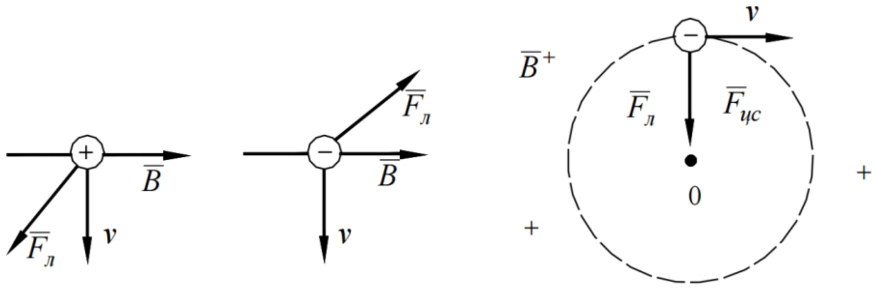
$$\frac{C'}{C} = \frac{\frac{1}{2}C(\varepsilon + 1)}{C} = \frac{\varepsilon + 1}{2} = \frac{81 + 1}{2} = 41$$

5. Определить центростремительную силу, действующую на протон в однородном магнитном поле с индукцией 0,01 Тл (вектор магнитной индукции перпендикулярен вектору скорости), если радиус окружности, по которой он движется, равен 5 см. Масса протона $1{,}67\cdot10^{-27}$ кг, заряд протона $1.6\cdot10^{-19}$ Кл.

Решение.

Заряд, двигаясь со скоростью v перпендикулярно линиям B однородного магнитного поля, испытывает действие силы Лоренца

$\vec{F}_л = q[\vec{B} \times \vec{V}]$, постоянной по величине и всегда действующей по нормали к скорости (угол α равен $\frac{\pi}{2} = 90^0$) при этом $F_л = qBVsin\alpha$ где $sin90^0 = 1$ и $\Rightarrow$ $F_л = qBV$. Очевидно $\vec{F}_л$, является центростремительной силой $\vec{F}_л = \vec{F}_{цс}$, то есть $\vec{F}_л = m\vec{a}_{цс}$, по этому $qBV = \frac{mV^2}{R} \Rightarrow$ $V = \frac{qBR}{m}$

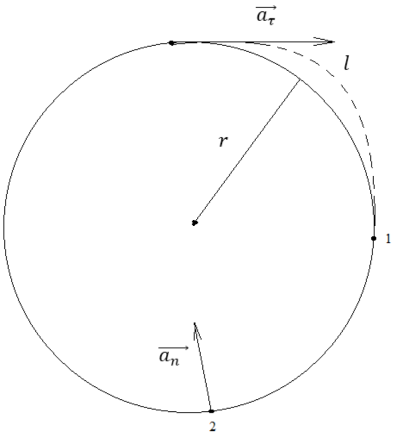


$V = \frac{1{,}6\ 10^{-19} * 1\ 10^{-2} * 5\ 10^{-2}}{1{,}67\ 10^{-27}} = 4{,}8\ 10^{4}$ м/с

$F_{цс} = F_л = qBV = 1{,}6\ 10^{-19} * 1\ 10^{-2} * 4{,}8\ 10^{4} = 7{,}68\ 10^{-17} H$

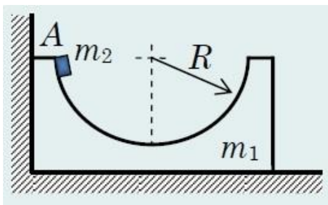
6. Тело, двигаясь равноускорено, из состояния покоя, по окружности радиуса r, прошло за время t_1 путь l. С каким центростремительным ускорением a_n двигалось тело спустя время t_2 после начала движения?

Решение.



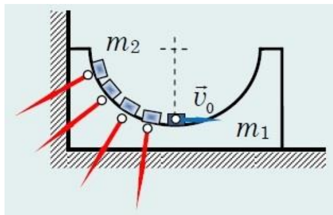
$$\begin{cases} l = \frac{a_\tau t_1^2}{2} \\ V_2 = a_\tau t_2 \\ a_n = \frac{V_2^2}{r} \end{cases} \rightarrow \begin{cases} a_\tau = \frac{2l}{t_1^2} \\ V_2 = \frac{2lt_2}{t_1^2} \\ a_n = \frac{4l^2 t_2^2}{r t_1^4} \end{cases}$$

7. У вертикальной стенки на гладкой поверхности стоит чаша массы m_1, внутренняя поверхность которой имеет форму полусферы радиуса R. На край чаши кладут шайбу массы m_2 и отпускают ее. Найти максимальную скорость чаши при последующем движении. Трением пренебречь. Ускорение свободного падения равно g.



Решение.

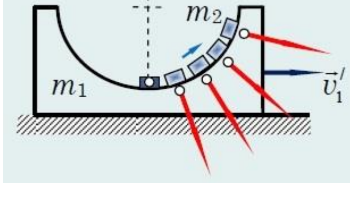
Рассмотрим движение шайбы на левой половине углубления бруска. Со стороны шайбы на брусок действует сила, направленная по радиусу углубления. Брусок прижимается к стене и неподвижен.



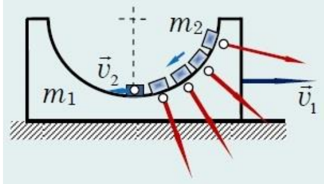
В нижней точке шайба приобретет скорость V_0, которую найдем из закона сохранения механической энергии:

$$m_2 gR = \frac{mV_0^2}{2}, \text{откуда } V_0 = \sqrt{2gR}$$

Теперь рассмотрим движение шайбы на правой половине углубления бруска. В результате взаимодействия шайбы и бруска, брусок будет разгоняться. В момент достижения шайбой своей максимальной высоты, брусок будет иметь скорость V_1'.



Но эта скорость не будет еще максимальной. При обратном движении шайбы по правой половине углубления, брусок по-прежнему будет разгоняться. Максимум скорости брусок достигнет в момент, когда шайба окажется в самой нижней точке углубления.



Далее при переходе на левую половину, в результате взаимодействия шайбы и бруска, брусок будет уменьшать свою скорость. Запишем закон сохранения импульса и энергии в момент достижения бруском максимальной скорости:

$$m_2V_0 = m_1V_1 - m_2V_2$$

$$\frac{m_2V_0^2}{2} = \frac{m_2V_2^2}{2} + \frac{m_1V_1^2}{2}$$

Перенесем в левую часть все слагаемые с массой второго груза, а в право с массой первого груза:

$$m_2(V_0 + V_2) = m_1V_1$$

$$m_2(V_0^2 - V_2^2) = m_1V_1^2$$

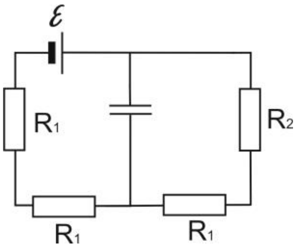
Разделим левые и правые части последних уравнений соответственно, получим:

$V_0 - V_2 = V_1$ отсюда выразим $V_2 = V_0 - V_1$ и подставим в $m_2V_0 = m_1V_1 - m_2V_2$:

$m_2V_0 = m_1V_1 - m_2V_0 + m_2V_1$ и выразим V_1:

$$V_1 = \frac{2m_2}{m_1 + m_2}\sqrt{2gR}$$ будет являться V_{max}

8. Конденсатор включен в цепь постоянного, тока, состоящую из источника ЭДС ξ и сопротивлений с номиналами R_1 и R_2. Известно, что отношение напряжения U на конденсаторе к значению ЭДС равно некоторой величине k, т.е. $\frac{U}{\xi} = k$. Найти отношение сопротивлений $\frac{R_2}{R_1}$, если $k = \frac{2}{3}$



Решение:

Так как постоянный ток через конденсатор не проходит, при нахождении тока участок цепи с конденсатором можно исключить (это, фактически «разрыв цепи»).

Тогда ток в контуре, состоящем из источника ЭДС и всех сопротивлений будет равен:

$$I = \frac{\xi}{3\,R_1 + R_2}$$

Так как участок цепи, состоящий из последовательно включенных сопротивлений R_1 и R_2, подключен параллельно конденсатору, падение напряжения на этом участке будет равно напряжению на конденсаторе U, то есть:

$U = I(R_1 + R_2) = \frac{\xi}{3\,R_1 + R_2} \cdot (R_1 + R_2)$. Тогда:

$$\frac{U}{\xi} = \frac{R_1 + R_2}{3\,R_1 + R_2} = \frac{1 + \frac{R_2}{R_1}}{3 + \frac{R_2}{R_1}}$$

По условию $\frac{U}{\xi} = k$, следовательно $\frac{1+\frac{R_2}{R_1}}{3+\frac{R_2}{R_1}} = k$, отсюда находим $\frac{R_2}{R_1} = \frac{3k-1}{1-k}$, подставляя $k = \frac{2}{3}$, получаем $\frac{R_2}{R_1} = 3$

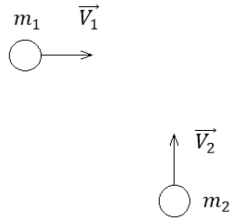
Примечание. *В задачах, в которых даны числовые значения, необходимо сначала получить аналитический (буквенный) ответ; и только потом надо использовать численные данные из условия задачи для получения численного ответа.*

ФИЗИКА (НЕПРОФИЛЬНЫЙ ЭКЗАМЕН)

ВАРИАНТ 2017-К4-1

1. Два пластилиновых шарика массами m_1 и m_2 летят под прямым углом друг к другу со скоростями V_1 и V_2 соответственно. Они сталкиваются и слипаются. Каков будет полный импульс системы этих шариков после столкновения?

Решение:



$$m_1\vec{V_1} + m_2\vec{V_2} = (m_1 + m_2)\vec{U}$$

$$\overrightarrow{p_{\text{сист}}} = m_1\vec{V_1} + m_2\vec{V_2}$$

$$p = \sqrt{m_1^2V_1^2 + m_2^2V_2^2}$$

2. Для того, чтобы нагреть в сосуде лед, имеющий начальную температуру $T_0 = -50^0C$, до температуры плавления ($T = 0^0C$) и превратить его полностью в воду, потребовалось время $t = 5$ мин. В течение какого времени $t_{\text{таяния}}$ таял лед? Тепло к сосуду подводилось равномерно (пропорционально времени). Тепловые потери отсутствуют. Удельная теплота плавления льда $\lambda = 2{,}5 \cdot 10^4$ Дж/кг. Удельная теплоемкость льда $c = 2{,}1 \cdot 10^3$ Дж/(кг·К).

Решение:

Запишем тепловой баланс как для всего процесса (нагрев + таяние льда), так и для части процесса (только таяние льда), учитывая пропорциональность по времени подвода тепла к сосуду (α – коэффициент пропорциональности).

$$\left.\begin{array}{c} \mathrm{cm(T - T_0) + \lambda m = Q = \alpha t} \\ \mathrm{\lambda m = Q_{таян} = \alpha t_{таян}} \end{array}\right\}$$

Поделим второе уравнение на первое:

$$\frac{\mathrm{t_{таян}}}{\mathrm{t}} = \frac{\mathrm{m\lambda}}{\mathrm{m\lambda + cm(T - T_0)}};$$

В результате получим:

$$\mathrm{t_{таян}} = \frac{\lambda \mathrm{t}}{\lambda + \mathrm{c(T - T_0)}} = \frac{2{,}5 \cdot 10^4 \cdot 5(\text{мин})}{2{,}5 \cdot 10^4 + 2{,}1 \cdot 10^3 \cdot 50} = 0{,}96 \approx 1 \text{ мин.}$$

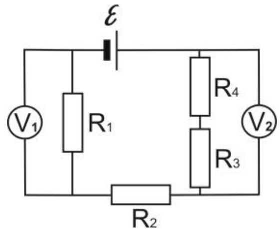
3. Проводящий шар радиусом $R = 10$ см имеет заряд $q = 10^{-8}$ Кл. Какова напряженность поля в точке находящейся от поверхности шара на расстоянии $d = 20$ см?

Решение:

В точке, находящейся на расстоянии d от поверхности шара напряженность вычисляется по формуле:

$$E = k\frac{q}{(R+d)^2} = 9 \cdot 10^9 \frac{10^{-8}}{(0{,}3)^2} = \frac{9 \cdot 10}{9 \cdot 10^{-2}} = \frac{10^3\text{В}}{\text{м}} = 1\text{кВ/м}$$

4. Найти отношение показания вольтметра V_2 к показанию вольтметра V_1 для схемы, изображенной на рисунке, если $R_1 = 10$ кОм, $R_2 = 20$ кОм, $R_3 = 80$ кОм, $R_4 = 160$ кОм.



Решение:

Вольтметры будем считать идеальными, т.е. их сопротивление бесконечно велики. Тогда ток I в изображенной на рисунке цепи равен:

$$I = \frac{\varepsilon}{R_1 + R_2 + R_3 + R_4}$$

Напряжение на участке цепи, состоящем из последовательно включенных сопротивлений R_3 и R_4 будет равно:

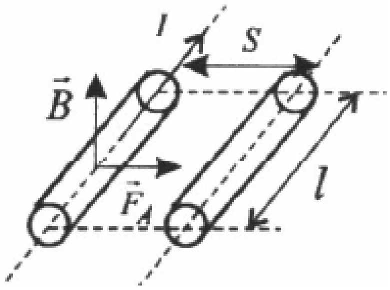
$$V_2 = I(R_3 + R_4)$$

Напряжение на сопротивлении R_1 будет равно $V_1 = IR_1$ и отношение:

$$\frac{V_2}{V_1} = \frac{I(R_3 + R_4)}{IR_1} = \frac{R_3 + R_4}{R_1} = \frac{240}{10} = 24$$

5. Проводник длиной $L = 20$ см с силой тока $I = 50$ А находится в однородном магнитном поле с индукцией $B = 40$ мТл. Какую работу совершит источник тока, если проводник переместится на $S = 10$ см перпендикулярно вектору магнитной индукции (вектор магнитной индукции перпендикулярен направлению тока в проводнике).

Решение:

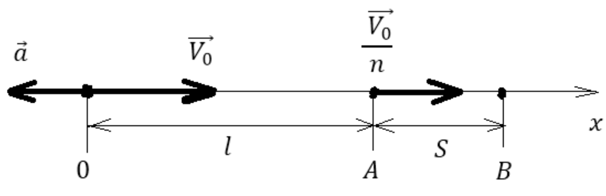


Так как вектор магнитной индукции направлен перпендикулярно току, возникает сила Ампера, направленная перпендикулярно как к току, так и к вектору магнитной индукции $\overrightarrow{B}$. При перемещении проводника на расстояние S сила Ампера $\vec{F}_\text{А}$ совершает работу: $\text{А} = F_\text{А} S$, где сила $F_\text{А}$ определяется по закону Ампера $\vec{F}_\text{А} = I[\vec{B} \times \vec{L}]$, по условию задачи угол α равен $\frac{\pi}{2} = 90^0$, при этом $F_\text{А} = IBLsin\alpha,$ где $sin90^0 = 1$ и $\Rightarrow F_\text{А} = IBL.$ Следовательно $A = IBLS.$

$$A = 50 \cdot 40\ 10^{-3} \cdot 2\ 10^{-1} \cdot 1\ 10^{-1} = 0.04 \text{ Дж}$$

6. Тело, двигаясь с постоянным ускорением, проходит последовательно два участка пути, причем время движения на обоих участках одинаково. При движении по первому участку длиною l скорость тела уменьшилась в n раз. Найти длину второго участка.

Решение:



$$\begin{cases} V_x = V_0 - at \\ x = V_0 t - \frac{at^2}{2} \end{cases} \rightarrow \begin{cases} \frac{V_0}{n} = V_0 - a\tau \mid * \tau \\ l = V_0\tau - \frac{a\tau^2}{2} \\ l + S = 2V_0\tau - 2a\tau^2 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} a\tau^2 = V_0\tau(\frac{n-1}{n}) \\ l = V_0\tau - \frac{a\tau^2}{2} \\ S = -l + 2V_0\tau - 2a\tau^2 \end{cases}$$

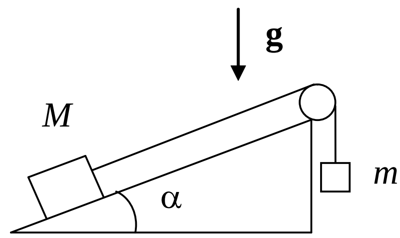
$$l = V_0\tau - \frac{V_0\tau}{2}\left(\frac{n-1}{n}\right) => l = \frac{2nV_0\tau - V_0\tau n + V_0\tau}{2n}$$

$$l = V_0\tau\frac{n+1}{2n} => V_0\tau = \frac{l\cdot 2n}{n+1} => \ a\tau^2 = 2l\left(\frac{n-1}{n+1}\right)$$

$$S = -l + \frac{4ln}{n+1} - \frac{4l(n-1)}{n+1} = \frac{-ln - l + 4ln - 4ln + 4l}{n+1}$$

$$S = \frac{l(3-n)}{n+1}$$

7. Брусок массой M соединен с грузом массой m невесомой и нерастяжимой нитью, перекинутой через невесомый блок (см. рисунок). Брусок скользит без трения по закрепленной наклонной плоскости, составляющей угол α с горизонтом. Чему равно ускорение a бруска?



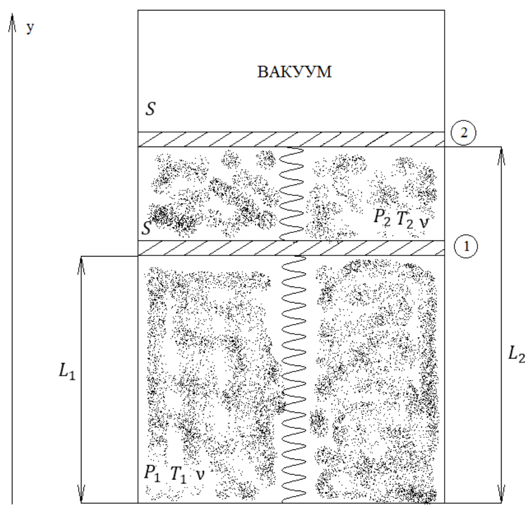
Решение:

$$\begin{cases} M\cdot a = M\cdot g\cdot \sin\alpha \\ m\cdot a = T - m\cdot g \end{cases}$$

$$a = \frac{M\cdot g\cdot\sin\alpha - m\cdot g}{M+m}$$

8. В закрытом откачанном цилиндре подвешен на пружине поршень, положение равновесия которого находится у дна цилиндра. В пространство под поршень вводится некоторое количество газа. При температуре T_1 поршень поднят на L_1 от дна. Определить положение поршня L_2 после нагревания газа на T_2.

Решение:



В положении 1: $P_1SL_1 = \nu RT_1(1)$, где SL_1 − это есть V_1
В положении 2 $P_2SL_2 = \nu RT_2(2)$, где SL_2 − это есть V_2
Пусть поршень имеет массу M, тогда условие равновесия в положении 1:

$$y: 0 = -Mg + P_1S - \kappa(L_1 - L_0)(3)$$

условие равновесия в положении 2:

$$y: 0 = -Mg + P_2S - \kappa(L_2 - L_0)(4)$$

Жесткость κ находится из условия равновесия поршня:

$$Mg = \ \kappa L_0 => \kappa = \frac{Mg}{L_0}(5)$$

Из (3): $-Mg + P_1S - \frac{Mg}{L_0}L_1 + \frac{Mg}{L_0}L_0 => P_1S = \frac{Mg}{L_0}L_1(6)$

Из (4): $-Mg + P_2S - \frac{Mg}{L_0}L_2 + \frac{Mg}{L_0}L_0 => P_2S = \frac{Mg}{L_0}L_2 (7)$

Разделим (2) на (1):

$$\frac{P_2}{P_1} \cdot \frac{L_2}{L_1} = \frac{T_2}{T_1} (8)$$

Теперь разделим (7) на (6):

$$\frac{P_2}{P_1} = \frac{L_2}{L_1} (9)$$

Из (8) и (9) получаем ответ:

$$L_2 = \sqrt{\frac{T_2}{T_1}} L_1$$

Примечание. *В задачах, в которых даны числовые значения, необходимо сначала получить аналитический (буквенный) ответ; и только потом надо использовать численные данные из условия задачи для получения численного ответа.*