ФИЗИКА

ВАРИАНТ 1

1. Во сколько раз уменьшится сила тяготения между двумя одинаковыми однородными шарами, если вначале шары соприкасались друг с другом, а затем один из шаров отодвинули на расстояние, равное удвоенному диаметру шаров?

Решение:

Согласно закону Всемирного тяготения силы взаимодействия между шарами в первом и втором случае равны, соответственно:

$$F_1 = G\frac{m^2}{d^2}, F_2 = G\frac{m^2}{(2d)^2}.$$

(m– масса одного шара, d – диаметр одного шара).

Таким образом:

$$\frac{F_1}{F_2} = 4.$$

Ответ: в 4 раза.

2. Какую массу воды надо дополнительно испарить в комнате объемом 49,8 м^3, чтобы при температуре 27°C, повысить относительную влажность от 25% до 50%? Давление насыщенных паров при температуре 27°C равно 3,6 кПа, молярная масса воды 18 г/моль, универсальная газовая постоянная 8,3 Дж/(моль·К).

Решение:

С помощью уравнения Менделеева-Клайперона выразим массу насыщенного пара в комнате:

$$m_{\text{н}} = \frac{p_{\text{н}}VM}{RT},$$

откуда найдем разницу между конечной и начальной массой пара:

$$\Delta m = (\varphi_2 - \varphi_1)m_{\text{н}} = 324 \text{ г}$$

($\varphi_1 = 0{,}25$ и $\varphi_2 = 0{,}5$ – начальная и конечная относительные влажности).

Ответ: $\Delta m = 324$ г.

3. Расстояние между пластинами в плоском конденсаторе 10 мм. Разность потенциалов между обкладками 300 В. Какая сила со стороны электрического поля будет действовать на заряд 1 нКл, со стороны конденсатора?

Решение:

Напряженность электрического поля внутри конденсатора равна:

$$E = \frac{U}{d}.$$

$U =$ 300 В - разность потенциалов между обкладками конденсатора

$d =$ 10 мм– расстояние между обкладками

Сила, действующая на точечный электрический заряд $q =$ 1 нКл.

$$F = qE = q\frac{U}{d} = 30 \text{ мкН}.$$

Ответ: $F = 30$ мкН.

4. Квадратная рамка со стороной 15 см расположена в однородном магнитном поле с индукцией 0.02 Тл так, что нормаль к ее поверхности образует угол 60o с вектором индукции. Определите магнитный поток через плоскость рамки.

Решение:

Магнитный поток через плоскость рамки равен:

$$\Phi = BScos\alpha = Ba^2cos\alpha = 225 \text{ мкВб}.$$

$B = 0{,}02$ Тл $-$ индукция магнитного поля

$S = a^2 = (0{,}15)^2 = 0{,}0225$ м^2 $-$ площадь рамки

$\alpha = 60^o$ $-$ угол между нормалью к поверхности рамки и вектором магнитной индукции).

Ответ: $\Phi = 225$ мкВб.

5. Подвешенный на легкой пружине шарик совершает гармонические колебания с периодом T и амплитудой A вдоль вертикальной оси. Найти модуль скорости шарика V в те моменты, когда его ускорение по модулю составляет часть α амплитуды ускорения ($\alpha < 1$).

Решение:

При движении вдоль оси x координата, скорость и ускорения шарика равны соответственно:

$$x = Acos\omega t,$$

$$V_x = -\omega Asin\omega t,$$

$$a_x = -\omega^2 Acos\omega t, \text{ где } \omega = 2\pi/T.$$

По условию задачи:

$$|a_x| = \alpha\omega^2 A = |-\omega^2 Acos\omega t|, \quad (1)$$

при этом модуль скорости равен:

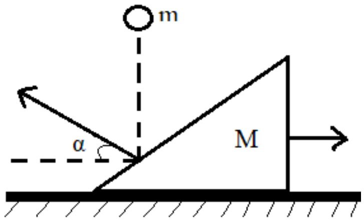
$$V = |V_x| = |-A\omega sin\omega t|. \quad (2)$$

Из (1) и (2) найдем:

$$V = \omega A\sqrt{1-\alpha^2} = \frac{2\pi A\sqrt{1-\alpha^2}}{T}.$$

Ответ: $V = \frac{2\pi A\sqrt{1-\alpha^2}}{T}$.

6. На покоящийся на гладком горизонтальном столе клин массой M с высоты h падает резиновый шарик массой m и отскакивает под углом α к горизонту. Найти скорость клина после удара. Соударение между шариком и клином считать абсолютно упругим. Трение между столом и клином не учитывать.



Решение:

$\vec{u}_0$-скорость шарика до удара;

$\vec{u}$-скорость шарика после удара;

$\vec{v}$ – скорость клина.

Для тела падающего без начальной скорости с высоты h, имеем $u_0 = \sqrt{2gh}$.

Из закона сохранения проекции импульса система «шарик + клин» на горизонтальную ось следует, что $mu\,cos\alpha = Mv$.

При упругом соударении шарика и клина сохраняется суммарная кинетическая энергия этих тел: $\frac{mu_0^2}{2} = \frac{mu^2}{2} + \frac{mv^2}{2}$. Решая систему трёх уравнений получим:

$$v = mcos\alpha\sqrt{\frac{2gh}{M(M+mcos^2\alpha)}}$$

Ответ: $v = mcos\alpha\sqrt{\frac{2gh}{M(M+mcos^2\alpha)}}$.

7. Одноименные клеммы двух источников ЭДС E_1 и E_2 с внутренними сопротивлениями, соответственно r_1 и r_2, соединили так, что образовалась замкнутая цепь. Затем к клеммам одного из источников подключили идеальный вольтметр. Найти его показания, если E_1=5 В, E_2=2 В, r_1=10 Ом, r_2=5 Ом.

Решение:

Выберем направление тока так, как показано на рис.1.

Запишем закон Ома для неоднородного участка цепи, включающего первый источник:

$$\varphi_1 - \varphi_2 + E_1 = Ir_1 \qquad (1)$$

Обозначим U искомую разность потенциалов, которую покажет вольтметр.

$$\varphi_1 - \varphi_2 = U$$

Из (1): $U = Ir_1 - E_1 \qquad (2)$

Чтобы найти ток, запишем закон Ома для замкнутого участка цепи, содержащего оба источника:

$$E_1 - E_2 = I(r_1 + r_2),$$

тогда: $I = \frac{E_1 - E_2}{r_1 + r_2} \qquad (3)$

Подставляя (3) в (2), найдем:

$$U = -\frac{E_2 r_1 + E_1 r_2}{r_1 + r_2}.$$

Ответ: $|U| = 3$ В.

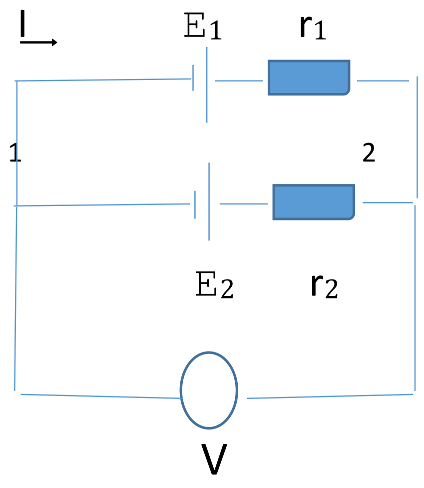
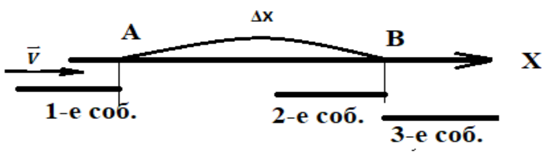


рис.1

8. Стержень движется с постоянной скоростью относительно лабораторной системы отсчета (ЛСО) в продольном направлении мимо двух меток A и B, расположенных на расстоянии Δx друг от друга (в ЛСО). Сначала в момент времени t_1напротив метки A оказался передний конец стержня. Затем напротив метки B в моменты t_2 и t_3 оказались соответственно передний и задний концы стержня. Найти собственную длину стержня L_0.

Решение:

Нарисуем рисунок, на котором изображены три события, связанные с движущимся стержнем (с точки зрения наблюдателя, находящегося в ЛСО):



1-е событие (произошедшее в момент времени t_1 по часам наблюдателя из ЛСО) - напротив метки «A» оказался передний конец стержня.

2-е событие (произошедшее в момент времени t_2 по часам наблюдателя из ЛСО) - напротив метки «B» оказался передний конец стержня.

3-е событие (произошедшее в момент времени t_3 по часам наблюдателя из ЛСО) - напротив метки «B» оказался задний конец стержня.

С точки зрения наблюдателя в ЛСО движущийся стержень имеет длину

$$L = L_0\sqrt{1-\beta^2}\text{, где } \beta = \frac{V}{c}\text{, } V - \text{скорость стержня.}$$

L_0 – собственная длина стержня в той системе отсчета, где этот стержень покоится.

С точки зрения наблюдателя, находящегося в ЛСО, передний конец стержня пролетел расстояние Δx между метками «A» и «B» со скоростью V за время $\Delta t = t_2 - t_1$.

$$\Delta x = V\,(t_2 - t_1).$$

Отсюда найдем скорость стержня:

$$V = \frac{\Delta x}{(t_2 - t_1)}.$$

С точки зрения наблюдателя, находящегося в ЛСО, стержень пролетел мимо метки «B» за время $\Delta 9{:}42 \; = t_3 - t_2$. Этот факт можно описать соотношением:

$$L = V\,(t_3 - t_2) = \frac{\Delta x}{(t_2 - t_1)}\,(t_3 - t_2).$$

Собственная длина стержня

$$L_0 = \frac{L}{\sqrt{1-\beta^2}} = \frac{\Delta x}{(t_2-t_1)}\,(t_3 - t_2)\frac{1}{\sqrt{1-\left(\frac{V}{c}\right)^2}} = \frac{\Delta x\,(t_3-t_2)}{\sqrt{\left((t_2-t_1)\right)^2-\left(\frac{\Delta x}{c}\right)^2}}.$$

Ответ: $L_0 = \frac{\Delta x\,(t_3-t_2)}{\sqrt{(t_2-t_1)^2-\frac{(\Delta x)^2}{c^2}}}$.

ФИЗИКА

ВАРИАНТ 2

1. Автомобиль стартует с постоянным ускорением и проезжает участок длиной 100 м. Какова скорость автомобиля в конце участка, если он проезжает его за 5 с?

Решение:

Запишем закон равноускоренного движения

$$V = at, S = \frac{at^2}{2}$$

(V– скорость автомобиля в конце участка, a – его ускорение, $t = 5$ с – время, в течение которого автомобиль преодолел участок длиной $S = 100$ м).
Таким образом:

$$V = \frac{2S}{t} = 40\ \frac{\text{м}}{\text{с}}.$$

Ответ: $V = 40\ \frac{\text{м}}{\text{с}}$.

2. С некоторой высоты со скоростью 20 м/с горизонтально брошен камень. Через 4 с после броска кинетическая энергия камня стала равной 3000 Дж. Какова масса камня?

Решение:

Запишем, как меняются проекции скорости камня с течением времени:

$$V_x = V_0, V_y = gt.$$

$$(V_0 = 20\ \text{м/с},)$$

Кинетическая энергия камня через $t = 4\ c$.

$$T = \frac{mV^2}{2} = \frac{m(V_x^2 + V_y^2)}{2}.$$

$$(T = 3000\ \text{Дж})$$

Отсюда:

$$m = \frac{2T}{(V_0^2 + g^2t^2)} = 4\ \text{кг}.$$

Ответ: $m = 4$ кг.

3. ЭДС источника 5 В, его внутреннее сопротивление 3 Ом. Какой ток в протекает цепи, если на нагрузке выделяется мощность 0,75 Вт?

Решение:

Запишем закон Ома для замкнутой цепи и выражение для мощности, выделяющейся на сопротивлении нагрузки:

$$I = \frac{\xi}{R+r}, N = I^2 R.$$

$$(\xi = 5\text{ В},\ r = 3\text{ Ом})$$

Избавимся от R и получим квадратное уравнение относительно тока:

$$rI^2 - \xi I + N = 0.$$

Решим его:

$$I_{1,2} = \frac{\xi \pm \sqrt{\xi^2 - 4Nr}}{2r} = 450\text{ мА или }50\text{ мА}.$$

Ответ: $I_{1,2} = 450$ мА или 50 мА.

4. Сколько фотонов попадает за 1 с в глаз человека, если глаз воспринимает свет с длиной волны 550 нм при мощности светового потока $1{,}8 \cdot 10^{-16}$ Вт. Постоянная Планка $6{,}6 \cdot 10^{-34}$ Дж·с.

Решение:

Число фотонов x, попадающее в глаз за время t, равно отношению энергии излучения $W = Nt$, где N – мощность светового потока, к энергии фотона $\varepsilon = \frac{hc}{\lambda}$

$$x = \frac{Nt\lambda}{hc} = 500.$$

Ответ: 500 фотонов.

5. К первому грузу массы m_1 подвешен на веревке второй груз массы m_2. Масса веревки m. К первому грузу приложена сила F направленная вертикально вверх. Найти натяжение веревки в сечении на одной четверти длины сверху.

Решение:

Представим систему в виде четырех грузов, соединенных невесомыми нитями. Верхняя часть веревки имеет массу mx, а нижняя - $m(1-x)$.

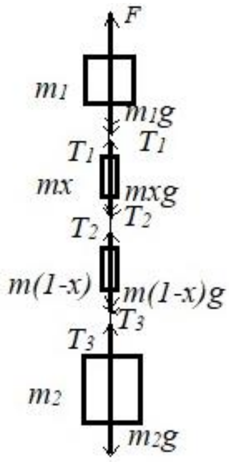
Тогда основной закон динамики для системы тел запишется в виде:

$$F - m_1 g - T_1 = m_1 a$$

$$T_1 - mxg - T_2 = mxa$$

$$T_2 - m(1-x)g - T_3 = m(1-x)a$$

$$T_3 - m_2 g = m_2 a$$



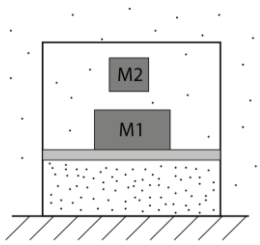
Находим ускорение системы a и T_2:

$$a = \frac{F - g(m_1 + m_2 + m)}{m_1 + m_2 + m},$$

$$T_2 = \frac{F}{m_1 + m_2 + m}\big(m_2 + m(1-x)\big).$$

Ответ: $T_2 = \frac{F}{m_1+m_2+m}\big(m_2 + m(1-x)\big)$.

6. Чтобы изотермически уменьшить объем газа в открытом в атмосферу цилиндре с герметичным поршнем в n раз, на поршень поместили груз массы m. Какой массы груз следует добавить, чтобы объем газа изотермически уменьшился еще в k раз?



Решение:

P_0 - давление и V_0 – объем в цилиндре в начальном состоянии (в отсутствии груза на поршне);

P_1 - давление и $\frac{V_0}{n}$ – объем в цилиндре в состоянии 1 (один груз на поршне);

P_2 - давление и $\frac{V_0}{nk}$ – объем в цилиндре в состоянии 2 (два груза на поршне).

Найдем давление P_1:

$$P_1 = P_0 + \frac{m_1 g}{S},$$

где S – площадь поршня.

Найдем давление P_2:

$$P_1 = P_0 + \frac{(m_1 + m_2)g}{S}.$$

Свяжем начальное состояние и состояние 1 с помощью закона Бойля-Мариотта:

$$P_0 V_0 = \frac{P_1 V_0}{n}.$$

После сокращения подставим выражение для P_1:

$$P_0 = \frac{P_1}{n},$$

$$P_0 = (P_0 + \frac{m_1 g}{S})\frac{1}{n}.$$

После преобразований:

$$P_0(n-1) = \frac{m_1 g}{S}. \quad (1)$$

Аналогично свяжем начальное состояние и состояние 2. В результате получим:

$$P_0(nk-1) = \frac{(m_1+m_2)g}{S}. \quad (2)$$

Разделим почленно уравнение (2) на уравнение (1):

$$\frac{(nk-1)}{n-1} = 1 + \frac{m_2}{m_1};$$

$$m_2 = m_1\left(\frac{(nk-1)}{n-1} - 1\right);$$

$$m_2 = m_1 \frac{(k-1)}{(n-1)} n.$$

Ответ: $m_2 = m_1 \frac{(k-1)}{(n-1)} n$.

7. В тонкостенной диэлектрической однородно заряженной сфере радиуса R имеется маленькое отверстие. Заряженная частица с зарядом q движется из бесконечности к сфере вдоль прямой, проходящей через отверстие и центр сферы. В тот момент, когда частица находилась на расстоянии *2R* от центра сферы, ее скорость была $v_{1,}$ а потенциал в центре ближайшего отверстия был равен φ. Какова будет ее скорость, когда она достигнет центра сферы? Сфера закреплена и неподвижна.

Решение:

Потенциал в центре отверстия равен сумме потенциалов полей, создаваемых сферой и частицей:

$$\varphi = k\frac{Q}{R} + k\frac{q}{R},$$

где Q – заряд сферы. Внутри сферы напряженность поля сферы равно нулю. Поэтому скорость в центре такая же, как во входном отверстии. Воспользуемся законом сохранения энергии:

$$\frac{mv}{2} = \frac{mv_1^2}{2} + k\frac{qQ}{R} - k\frac{qQ}{2R},$$

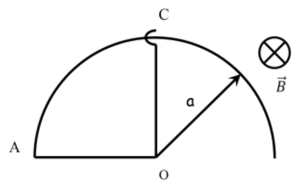
$$\frac{mv_2^2}{2} = \frac{mv_1^2}{2} + k\frac{qQ}{R} - k\frac{qQ}{2R}.$$

Из этих уравнений находим:

$$v_2 = \sqrt{\frac{mv_1^2}{2} + k\frac{qQ}{R} - \frac{\varphi R - kq}{R}}.$$

Ответ: $v_2 = \sqrt{\frac{mv_1^2}{2} + k\frac{qQ}{R} - \frac{\varphi R - kq}{R}}$.

8. Проволочное полукольцо радиуса $a = 10$ см находится в однородном магнитном ноле с индукцией $B = 0{,}1$ Тл. Вектор B перпендикулярен плоскости полукольца. Центр полукольца соединен с ним двумя проводниками, один на которых АО − неподвижный, другой − ОС − поворачивают вокруг точки О с угловой скоростью $\omega = 10$ рад/с. Сопротивление единицы длины всех проводников $\rho = 0{,}65$ Ом/м. Найти ток в контуре АОС в момент, когда угол φ между АО и ОС равен π.



Решение:

При вращении проводника **ОС** в нем возникает ЭДС индукции (см. рис.):

$$|E_i| = \left|\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}\right|,$$

где $\Phi = BS = \frac{Br^2\varphi}{2}$ и $S_{\text{сектора}} = \frac{\pi r^2 \varphi}{2\pi} = \frac{r^2\varphi}{2}$.

Магнитный поток через контур **АОС**, $S_{\text{сектора}}$ − площадь сектора внутри контура **АОС**.

$$|E_i| = \frac{\Phi_2 - \Phi_1}{\Delta t} = \left(\frac{Br^2}{2}\right) \cdot \left(\frac{\Delta\varphi}{\Delta t}\right) = Br^2\omega/2.$$

Сопротивление контура складывается из сопротивлений двух прямолинейных участков длинной r и дуги окружности длинной $r \cdot \varphi$:

$$R = \rho \cdot l = \rho(r + r + r \cdot \varphi) = (\varphi + 2)r\rho.$$

Ток в контуре в момент, когда $\varphi = \pi$, равен:

$$I_i = |E_i|/R = Br\omega/(2(\pi + 2)\rho) \approx 1{,}5 \cdot 10^{-2}\ A.$$

Ответ: $I_i \approx 1{,}5 \cdot 10^{-2}\ A$.