

## 9 КЛАСС

### УСЛОВИЯ ЗАДАЧ

1. Найдите сумму  $0,(0001) + 0,(0002) + \dots$  (17).
2. Докажите, что для любого целого числа  $N$  уравнение  $10xy + 17xz + 27yz = N$  имеет решение в целых числах.
3. Известно, что многочлен  $f(x) = 8 + 32x - 12x^2 - 4x^3 + x^4$  имеет 4 различных действительных корня  $\{x_1, x_2, x_3, x_4\}$ . Найдите многочлен вида  $g(x) = b_0 + b_1x + b_2x^2 + b_3x^3 + b_4x^4$ , имеющий корни  $\{x_1^2, x_2^2, x_3^2, x_4^2\}$ .
4. Имеется неограниченное количество пробирок трёх видов – А, В и С. Каждая из пробирок содержит один грамм раствора одного и того же вещества. В пробирках вида А содержится 10% раствор этого вещества, в пробирках В – 20% раствор и в С – 90% раствор. Последовательно, одну за другой, содержимое пробирок переливают в некоторую ёмкость. При этом при двух последовательных переливаниях нельзя использовать пробирки одного вида. Какое наименьшее количество переливаний надо сделать, чтобы получить в ёмкости 20,17% раствор? Какое наибольшее количество пробирок вида С может быть при этом использовано?
5. Найти сумму квадратов натуральных делителей числа 1800. (Например, сумма квадратов натуральных делителей числа 4 равна  $1^2 + 2^2 + 4^2 = 21$ ).
6. В треугольнике со сторонами  $a, b, c$  и углами  $\alpha, \beta, \gamma$  выполнено равенство  $3\alpha + 2\beta = 180^\circ$ . Докажите, что  $c^2 = a^2 + bc$ . Стороны  $a, b, c$  лежат соответственно напротив углов  $\alpha, \beta, \gamma$ .
7. Докажите, что существует натуральное число  $N$ , делящееся нацело на 1009, сумма цифр которого равна 1009.
8. Имеются таблицы А и В, в ячейки которых вписаны целые числа. С таблицей А можно проделывать следующие действия: 1) прибавлять к строке другую строку, умноженную на произвольное целое число; 2) прибавлять к столбцу другой столбец, умноженный на произвольное целое число. (Например, если к первой строке таблицы А прибавить вторую строку, умноженную на 4, то получится таблица, изображённая на рисунке справа после слова *пример*.) Можно ли, проделав некоторое количество указанных действий с таблицей А, получить таблицу В? Ответ обоснуйте.

Таблица А

1	0
0	2

Таблица В

0	2
3	0

Пример

1	8
0	2