РЕШЕНИЕ

1. Решение. По теореме Виета: $x_1+x_2=-a-3$. Отсюда $x_2=-\frac{a+3}{4}$. Подставляя в исходное уравнение найдём: $a=1$ или $a=-\frac{11}{13}$.

Ответ: $a=1$ или $a=-\frac{11}{13}$

2. Ответ: $x\in[1;2]\cup(4;+\infty)$.

3. Решение. Из условия задачи составим систему уравнений

$$\begin{cases} \frac{5}{v_1}=\frac{5}{v_2}-\frac{1}{60} \\ \frac{10}{v_2}=\frac{10}{v_3}-\frac{1}{60} \\ v_3=0{,}8v_1 \end{cases}.$$

Откуда найдём $v_1=50$.

Ответ: 50 км/ч.

4. Решение. Используя условие задачи, составим уравнение: $\frac{2a_1+19d}{2}\cdot 20=\frac{1}{3}\cdot\frac{2a_{21}+19d}{2}\cdot 20$.

Отсюда найдём $2a_1=d$. Следовательно, $\frac{a_1}{a_2}=\frac{1}{3}$.

Ответ: $\frac{a_1}{a_2}=\frac{1}{3}$.

5. Решение. Воспользуемся формулами

$$\cos^2 x=\frac{1+\cos 2x}{2}, \quad \sin^2 x=\frac{1-\cos 2x}{2}.$$

Получим уравнение $\cos 6x + 1 = 1 - \cos 4x$. Отсюда найдём: $\cos 5x = 0$ или $\cos x = 0$.

Ответ: $x = \frac{\pi}{10} + \frac{\pi n}{5}, n \in Z$.

6. Решение. Пусть a, c – длины боковой стороны и основания, соответственно. Проведенная прямая, очевидно, содержит медиану треугольника, поэтому имеем:

$$\begin{cases} \frac{3a}{2} = 9 \\ \frac{a}{2} + c = 12 \end{cases}, \text{ или } \begin{cases} \frac{3a}{2} = 12 \\ \frac{a}{2} + c = 9 \end{cases}.$$

Поскольку центр описанной окружности лежит внутри данного треугольника, то $2a^2 > c^2$. Этому условию удовлетворяет только решение первой системы. Таким образом,

$a = 6, c = 4, S = \frac{c \cdot \sqrt{4a^2 - c^2}}{4} = 8\sqrt{2}.$

Ответ: $S = \frac{c \cdot \sqrt{4a^2 - c^2}}{4} = 8\sqrt{2}.$

7. Решение. Перепишем исходное уравнение в виде $4 \cdot 2^{x^2} = 25^x ¿ 2^{x \cdot \log_5 2}$. Прологарифмируем полученное равенство. Получим квадратное уравнение относительно x .

Ответ: $2\log_2 5; \log_5 2$.

8. Решение. Перепишем исходную систему уравнений:

$$\begin{cases} (x - y)(x + 2y) = 0 \\ x^2 + (y - a)^2 = 5 \end{cases}$$

Заметим, что первое уравнение определяет две пересекающиеся прямые, а второе – окружность с центром в точке $(0; a)$ радиуса $\sqrt{5}$. Построим чертёж. Единственное решение – только при условии касания окружности и прямой $x - y = 0$. Отсюда найдём $a = 5$ или $a = -5$.

Ответ: $a = 5$, $a = -5$.