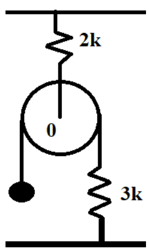
Межрегиональная олимпиада школьников на базе ведомственных образовательных учреждений по физике

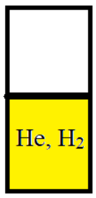
Заключительный этап
9 класс

Вариант 1



Задача 1. (10 баллов). Между потолком и полом сооружено устройство, состоящее из невесомого блока, невесомых пружин с указанной жесткостью, невесомой и нерастяжимой нити, переброшенной через блок. Один конец нити соединен с напольной пружиной, к другому концу нити прикрепили шарик массы m. Система тел находится в состоянии покоя. На какое расстояние δs сместился шарик по сравнению с тем его положением, когда его только что подвесили, и пружины устройства не были деформированы

Задача 2. (15 баллов). Мастеру-ювелиру выдали $M_{Au} = 19{,}300$ кг чистого золота для изготовления короны. Масса изготовленной короны в точности равнялась массе отпущенного золота. Методом полного погружения короны в сосуд, наполненный до края водой, выяснилось, что объем вытесненной из сосуда воды равен $V = 1{,}087$ л. Выяснить, не присвоил ли мастер часть золота, заменив его серебром. Если мастер был нечестен, вычислить массу m_{Au} похищенного им золота. $\rho_{Au} = 19300\,\frac{\text{кг}}{\text{м}^3}, \rho_{Ag} = 10500\,\frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$ –плотности золота и серебра, соответственно.



Задача 3. (25 баллов). В откачанном, вертикально расположенном, теплонепроницаемом цилиндре есть тяжелый, хорошо проводящий тепло поршень, который может скользить без трения внутри цилиндра. Под поршень (см. рис.) ввели смесь двух газов: гелия и водорода (He, H_2) при одинаковой температуре. Поршень при этом расположился посередине цилиндра. Материал поршня оказался проницаемым для гелия и непроницаем для водорода. Из-за этого окончательное положение равновесия поршня находится на высоте, равной 1/3 (одной третьей) высоты цилиндра. Найти отношение масс газов η в цилиндре $\eta = {}^{m_{H_2}}\!/_{m_{He}}$.

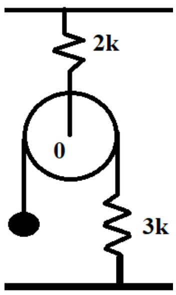
Задача 4. (25 баллов). Тело начало прямолинейное движение с начальной скоростью v_0, и с ускорением $a = {}^{a_0 v_0}\!/_{v}$, где $a_0, v_0 -$ известные величины. Найти время τ, по прошествии которого скорость тела станет равной $2v_0$.

Задача 5. (25 баллов). Имеется два одинаковых калориметра с ненулевой теплоемкостью. В обоих калориметрах находится вода при температуре $t_{в.н.}=0^0$C. В первом калориметре вода занимает 1/n (одну n-ю) часть объема калориметра ($n > 1$). Во втором калориметре вода занимает 1/m (одну m-ю) часть объема калориметра ($m > 1$). Оба калориметра дозаполнили полностью водой. Отношение температур воды, долитой во второй и первый калориметр, известно и равно η ($\eta \equiv {t_2}/{t_1}$). Найти отношение Θ установившихся температур содержимого калориметров Θ ($\Theta \equiv {t_{у.2}}/{t_{у.1}}$). Теплообмена калориметров с окружающим пространством нет.

Примечание. *В задачах, в которых даны числовые значения, необходимо сначала получить аналитический (буквенный) ответ; и только потом надо использовать численные данные из условия задачи для получения численного ответа.*

Решения задач Межрегиональной олимпиады школьников на базе ведомственных образовательных организаций в 2024-2025 учебном году

9 класс
Заключительный этап. Вариант 1.



Задача 1. (10 баллов). Между потолком и полом сооружено устройство, состоящее из невесомого блока, невесомых пружин с указанной жесткостью, невесомой и нерастяжимой нити, переброшенной через блок. Один конец нити соединен с напольной пружиной, к другому концу нити прикрепили шарик массы m. Система тел находится в состоянии покоя. На какое расстояние δs сместился шарик по сравнению с тем его положением, когда его только что подвесили, и пружины устройства не были деформированы.

<u>**Решение:**</u> Поскольку шарик находится в положении равновесия, сила натяжения нити равна mg. Таким образом, со стороны нити на блок действует удвоенная сила 2mg. Такая же сила 2mg (из-за невесомости блока) растянет верхнюю пружину на

$$\Delta x_1 = \frac{2mg}{2k} = \frac{mg}{k}. \quad (1.1)$$

На такую же величину Δx_1 сместится и центр блока. Таким образом, если бы не было напольной пружины, шарик опустился бы по вертикали вниз на удвоенное расстояние:

$$2\Delta x_1 = \frac{2mg}{k} \quad (1.2)$$

За счет удлинения напольной пружины шарик получит дополнительное смещение Δx_2 вниз по вертикали, равное:

$$\Delta x_2 = \frac{mg}{3k} . \frac{2mg}{k} \quad (1.3)$$

Искомое смещение шарика по вертикали вниз равно

$$\delta s = 2\Delta x_1 + \Delta x_2 = \frac{2mg}{k} + \frac{mg}{3k} = \frac{7mg}{3k}, \quad (1.4)$$

<u>Ответ:</u> $\delta s = \frac{7mg}{3k}$.

Задача 2. (15 баллов). Мастеру-ювелиру выдали $\mathrm{M_{Au}} = 19{,}300$ кг чистого золота для изготовления короны. Масса изготовленной короны в точности равнялась массе отпущенного золота. Методом полного погружения короны в сосуд, наполненного до края водой, выяснилось, что объем вытесненной из сосуда воды равен $\mathrm{V} = 1{,}087$ л. Выяснить, не присвоил ли мастер часть золота, заменив его серебром. Если мастер был нечестен, вычислить массу $\delta\mathrm{m_{Au}}$ похищенного им золота. Плотности золота и серебра, известны и равны соответственно $\rho_{\mathrm{Au}} = 19300\,\frac{\text{кг}}{\text{м}^3}, \rho_{\mathrm{Ag}} = 10500\,\frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$.

Решение: Допустим, мастер был нечестен, и в короне находится m_{Au}золота и m_{Ag}серебра. Тогда объем изделия равен

$$\frac{m_{Au}}{\rho_{Au}} + \frac{m_{Ag}}{\rho_{Ag}} = V \qquad (2.1)$$

Преобразуем (2.1) к виду

$$[\frac{m_{Au}}{\rho_{Au}} + \frac{m_{Ag}}{\rho_{Au}}] - \frac{m_{Ag}}{\rho_{Au}} + \frac{m_{Ag}}{\rho_{Ag}} = V \qquad (2.2)$$

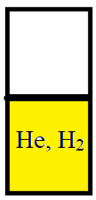
По условию задачи $M_{Au} = m_{Au} + m_{Ag}$. Кроме того, ясно, что масса (возможно) похищенного золота δm_{Au} равна массе использованного серебра m_{Ag}. С учетом вышесказанного из (2.2) после соответствующих преобразований получаем

$$\delta m_{Au} = \frac{\rho_{Au}\rho_{Ag}}{\rho_{Au}-\rho_{Ag}}(V - \frac{M_{Au}}{\rho_{Au}}). \qquad (2.3)$$

С учетом численных данных задачи, получаем ответ.

<u>Ответ</u>: $\delta m_{Au} = \frac{\rho_{Au}\rho_{Ag}}{\rho_{Au}-\rho_{Ag}}\left(V - \frac{M_{Au}}{\rho_{Au}}\right) = 2.00$кг.

Мастер был нечестен и присвоил себе часть отпущенного золота.



Задача 3. (25 баллов). В откачанном, вертикально расположенном, теплонепроницаемом цилиндре есть тяжелый, хорошо проводящий тепло поршень, который может скользить без трения внутри цилиндра. Под поршень (см. рис.) ввели смесь двух газов: гелия и водорода (He, H_2) при одинаковой температуре. Поршень при этом расположился посередине цилиндра. Материал поршня оказался проницаемым для гелия и непроницаем для водорода. Из-за этого окончательное положение равновесия поршня находится на высоте, равной 1/3 (одной третьей) высоты цилиндра. Найти отношение масс газов η в цилиндре $\eta = {}^{m_{H_2}}/_{m_{He}}$.

Решение:
Пусть $m_{H_2}, \mu_{H_2}, m_{He}, \mu_{He}$ −массы и молекулярные массы соответствующих газов; M- масса поршня; V, S- объем и площадь сечения цилиндра. T-температура в обеих частях цилиндра. Запишем условие равновесия поршня после закачки в цилиндр газов до начала диффузии гелия.

$$P_{\text{до диф.}}S = \left(\frac{m_{H_2}}{\mu_{H_2}} + \frac{m_{He}}{\mu_{He}}\right)\frac{RT}{V/_2}S = Mg. \qquad (3.1)$$

Запишем условие равновесия поршня после окончания диффузии гелия.

$$P_{\text{после диф.}}S = \left(\frac{m_{H_2}}{\mu_{H_2}}\right)\frac{RT}{V/_3}S = Mg. \qquad (3.2)$$

Из двух выражений (приравнивая их) получаем

$$3\left(\frac{m_{H_2}}{\mu_{H_2}}\right) = 2\left(\frac{m_{H_2}}{\mu_{H_2}} + \frac{m_{He}}{\mu_{He}}\right), \qquad (3.3)$$

или

$$\left(\frac{m_{H_2}}{\mu_{H_2}}\right) = 2\left(\frac{m_{He}}{\mu_{He}}\right)$$

$$\eta = {}^{m_{H_2}}/_{m_{He}} = {}^{2\mu_{H_2}}/_{\mu_{He}} = 1, \text{т. к.}\ \mu_{H_2} = 2\ {}^{\text{г}}/_{\text{моль}}, \mu_{He} = 4\ {}^{\text{г}}/_{\text{моль}}.$$

Ответ: $\eta = {}^{m_{H_2}}/_{m_{He}} = {}^{2\mu_{H_2}}/_{\mu_{He}} = 1.$
В цилиндр закачали одинаковое количество гелия и водорода.

Задача 4. (25 баллов). Тело начало прямолинейное движение с начальной скоростью v_0, и с ускорением $a = {}^{a_0 v_0}/_{v}$, где $a_0, v_0 -$ известные величины. Найти время τ, по прошествии которого скорость тела станет равной $2v_0$.

Решение:

По условию задачи мы имеем дело с ускоренным (но не равноускоренным движением тела).
Мгновенное ускорение тела при прямолинейном движении определяется по формуле

$$a = \lim_{\delta t \to 0} \frac{\delta v}{\delta t}, \qquad (4.1)$$

где $\delta v -$ приращение скорости тела за физически бесконечно малый промежуток времени δt.

Разобьем конечный промежуток времени τ на физически бесконечно малые промежутки времени δt_n, на каждом из которых ускорение тела можно считать постоянным, и равным

$$a_n = \frac{\delta v_n}{\delta t_n}. \tag{4.2}$$

Последнее равенство перепишем в виде

$$\frac{\delta v_n}{a_n} = \delta t_n \tag{4.3}$$

Здесь (согласно условию задачи)

$$a_n = {}^{a_0 v_0}\!/_{v_n}, \tag{4.4}$$

где v_n – мгновенная скорость в промежутке времени δt_n. Подставляя (4.4) в (4.3), получим

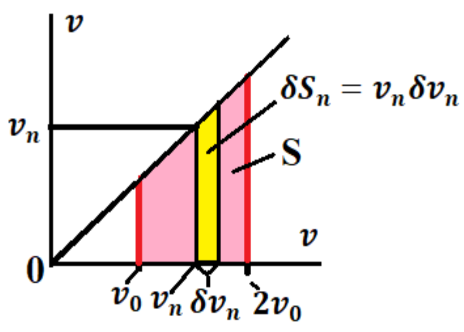
$$\frac{\delta v_n v_n}{a_0 v_0} = \delta t_n \tag{4.5}$$

Просуммировав (4.5) по n, придем выражению

$$\frac{1}{a_0 v_0} \sum_n \delta v_n v_n = \sum_n \delta t_n \equiv \tau \tag{4.6}$$

Сумму $\sum_n \delta v_n v_n$ в выражении (4.6) вычислим графическим способом.

Построим график зависимости v от v, и сделаем на нем необходимые построения. Площадь желтой полоски на графике δS_n численно равна произведению $\delta v_n v_n$. Площадь же S розовой трапеции на графике (включающей желтую полоску) равна численно $\sum_n \delta v_n v_n$. Вычислим площадь S этой трапеции.



$$S = \frac{v_0 + 2v_0}{2}\, v_0 = \frac{3\, v_0^2}{2} \tag{4.7}$$

После подстановки (4.7) в (4.6) получаем ответ.

<u>Ответ:</u> $\tau = \frac{3v_0}{2a_0}$.

Примечание. Решая настоящую задачу с применением методов математического анализа, можно найти явную зависимость скорости тела $v(t)$ от времени. Приведем лишь результат этого решения.

$$v(t) = \sqrt{v_0^2 + 2a_0 v_0 t}. \tag{4.8}$$

Подставляя в (4.8) $v(\tau) = 2v_0$, получим тот же ответ задачи.

Задача 5. (25 баллов). Имеется два одинаковых калориметра с ненулевой теплоемкостью. В обоих калориметрах находится вода при температуре $t_{в.н.}=0^0$C. В первом калориметре вода занимает 1/n (одну n-ю) часть объема калориметра ($n > 1$). Во втором калориметре вода занимает 1/m (одну m-ю) часть объема калориметра ($m > 1$). Оба калориметра дозаполнили полностью водой. Отношение температур воды, долитой во второй и первый калориметр известно и равно η ($\eta \equiv {}^{t_2}/_{t_1}$). Найти отношение Θ установившихся температур содержимого калориметров Θ ($\Theta \equiv {}^{t_{уст.2}}/_{t_{уст.1}}$). Теплообмена калориметров с окружающим пространством нет.

Решение:

Пусть C – теплоемкость калориметра. Введем удельную объемную теплоемкость воды c_v. Введем объем сосуда V каждого калориметра. Запишем условие теплового баланса для акта смешивания воды в 1-м калориметре.

$$\left[C + \frac{c_v V}{n}\right]\left(t_{уст.1} - 0\right) = \frac{c_v V(n-1)}{n}\left(t_1 - t_{уст.1}\right) \tag{5.1}$$

Здесь $t_{уст.1}$ –установившаяся температура в первом калориметре после смешивания воды, t_1 –температура доливаемой воды в 1-й калориметр.

Преобразуем (5.1) к следующему виду

$$\frac{C}{c_v V} = \frac{(n-1)t_1 - n t_{уст.1}}{n t_{уст.1}} \tag{5.2}$$

Запишем условие теплового баланса для акта смешивания воды во 2-м калориметре.

$$\left[C + \frac{c_v V}{m}\right]\left(t_{уст.2} - 0\right) = \frac{c_v V(m-1)}{m}\left(t_2 - t_{уст.2}\right) \tag{5.3}$$

Здесь $t_{уст.2}$ –установившаяся температура во втором калориметре после смешивания воды, t_2 –температура доливаемой воды во 2-й калориметр.

Преобразуем (5.1) к следующему виду

$$\frac{C}{c_v V} = \frac{(m-1)t_2 - mt_{\text{уст.2}}}{mt_{\text{уст.2}}} \tag{5.4}$$

Приравняем правые части выражений (5.2) и (5.4).

$$\frac{(n-1)t_1 - nt_{\text{уст.1}}}{nt_{\text{уст.1}}} = \frac{(m-1)t_2 - mt_{\text{уст.2}}}{mt_{\text{уст.2}}} \tag{5.5}$$

Упростим выражение (5.5) и получим

$$(n-1)t_1 mt_{\text{уст.2}} = (m-1)t_2 nt_{\text{уст.1}} \tag{5.6}$$

Преобразуем (5.6) к следующему виду

$$t_{\text{уст.2}} / t_{\text{уст.1}} = \frac{(m-1)n}{(n-1)m}\,\frac{t_2}{t_1} \tag{5.7}$$

Используя условные обозначения задачи, пишем ответ.

<u>Ответ</u>: $\Theta = t_{\text{уст.2}} / t_{\text{уст.1}} = \frac{(m-1)n}{(n-1)m}\,\eta$.

Отборочный этап.
9 класс

Вариант 1

Задача 1. (20 баллов). Имеются две однородные пластины с плотностями ρ1 = 600 кг/м3 и ρ2 = 700 кг/м^3. Известно, что масса второй пластины составляет 1/3 (одну третью) часть суммарной массы пластин. Найти результирующую плотность ρ пластин. Внимание! (Ответ округлить до единиц [кг/м^3] и записать без указания единиц измерений)

Задача 2. (20 баллов). Три тела с разными массами подвешены к потолку (см. рис.) на трех нитях. Система тел покоится. Известна сила натяжения T =90 H верхней нити. Если расположить тела (сверху вниз) в последовательности 3,1,2, сила натяжения средней нити получит приращение F_1=40 H. Если же расположить тела (сверху вниз) в последовательности 2,3,1, сила натяжения средней нити получит приращение F_2=20 H. Найти первоначальную силу натяжения средней нити $T_{ср}$. Внимание! (Ответ округлить до единиц [H] и записать без указания единиц измерений)

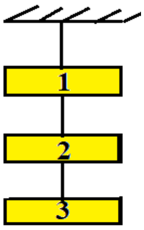
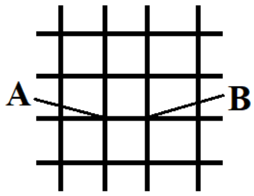


Рис. 1

Задача 3. (20 баллов). Имеется безграничная проволочная сетка с квадратными ячейками. Сопротивление каждого проводника между ближайшими (соседними) узлами равно r = 100 Ом. Найти сопротивление R этой сетки при подключении ее к сети в точках A и B. Внимание! (Ответ округлить до единиц [Ом] и записать без указания единиц измерений)



Задача 4. (20 баллов). На столе стоят два сосуда с жидкостями разной плотности $\rho_{ж1}$ и $\rho_{ж2}$ (первый с водой (плотности $\rho_{ж1}$ = 1000 кг/м^3, а второй с керосином $\rho_{ж2}$ = 800 кг/м^3). Известно также, что установившаяся скорость всплытия шарика в первом сосуде равна установившейся скорости погружения шарика во втором сосуде. Погружение и всплытие шарика в обеих жидкостях происходило без начальной скорости. Считать, что сила сопротивления движению шарика в каждой жидкости линейно зависит от скорости (F_C = kv) с известными коэффициентами k_1 и k_2 (k_1 =0,4 и k_2 =0,6). Найти плотность материала ρ, из которого сделан шарик. Внимание! (Ответ округлить до единиц [кг/м^3] и записать без указания единиц измерений)

Задача 5. (20 баллов). В калориметр, содержащий $m_{л.0}$=100г льда с начальной температурой $t_л$=0^{0}C, впустили $m_{в.п.0.}$=100г водяного пара с температурой $t_{в.п.}$=100^{0}C. Определить каково будет фазовое состояние содержимого калориметра, исходя из этого определить массу оставшегося после установления стабильной температуры льда $m_{л.}$. Теплоемкостью калориметра пренебречь. Теплообмен с внешней средой отсутствует. Удельная теплоемкость воды $c_в$=4,2 кДж/(кг· град); удельная теплота плавления льда λ=3,3*10^5 Дж/кг; удельная теплота парообразования r =2,3*10^6 Дж/кг. Внимание! (Ответ округлить до единиц [г] и записать без указания единиц измерений)

ОТВЕТЫ К ОЛИМПИАДЕ 9 – ГО КЛАССА
Отборочный этап. Вариант 1.

1. 630 [кг/м^3]
2. 40 [H]
3. 50 [Ом]
4. 920 [кг/м^3]
5. 0 [г]