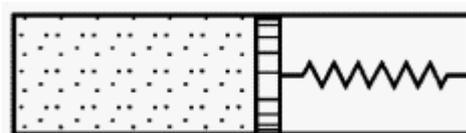


# Межрегиональная олимпиада школьников на базе ведомственных образовательных учреждений по физике

## Заключительный этап 11 класс

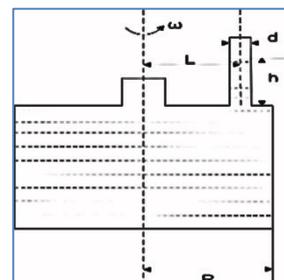
### Вариант 1

*Задача 1. (20 баллов).* В горизонтально расположенном газовом амортизаторе (простейшая модель которого показана на рисунке), представляющем из себя теплоизолированный цилиндр, слева от закрепленного поршня находится  $\nu$  молей идеального газа. В правой части амортизатора вакуум, а пружина, расположенная между поршнем и стенкой, находится в недеформированном состоянии. Амортизатор теплоизолирован от окружающей среды. Когда поршень освободили, объем, занимаемый газом, увеличился вдвое. Во сколько раз изменилась температура газа? Коэффициент пропорциональности между температурой и внутренней энергией газа равен  $c$ .



*Задача 2. (20 баллов).* Заднеприводный автомобиль «Жигули» движется вверх по дороге, составляющей угол  $\alpha$  с горизонтом. Расстояние между осями автомобиля  $L$ , центр тяжести находится посередине между осями на расстоянии  $H$  от поверхности дороги. Скорость автомобиля считать постоянной. Масса автомобиля  $M$ . Силу трения, действующую на передние колеса, не учитывать. Найти силу  $F$  взаимодействия ведущих (задних) колес с поверхностью дороги.

*Задача 3. (20 баллов).* Цилиндрический сосуд, целиком заполненный жидкостью, вращается вокруг оси симметрии, расположенной вертикально, с угловой скоростью  $\omega$ . В верхней части сосуда в центре имеется небольшое отверстие, соединяющее сосуд с атмосферой. На расстоянии  $L$  от оси в верхней части сосуда впаяна тонкая трубка (см. рис.). Определить высоту  $h$ , до которой поднялся столб жидкости в трубке. Диаметр трубки ( $d$ ) пренебрежимо мал по сравнению с радиусом цилиндра ( $R$ ).



*Задача 4. (20 баллов).* Ракета летит с постоянной по модулю скоростью по траектории, совпадающей с траекторией тела, брошенного под углом  $\alpha$  к горизонту. В некоторой точке траектории для скорости брошенного тела справедливо соотношение  $V_x = kV_y$ . Найти ускорение ракеты  $w$  в этой точке траектории.

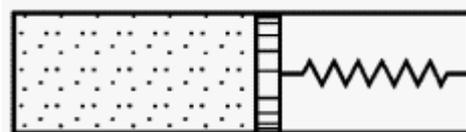
*Задача 5. (20 баллов). Игрушечный автомобильчик с электродвигателем, подключенным к батарее, поднимается вверх по наклонной плоскости с постоянной скоростью  $v_{\text{п}}$ . При спуске с этой плоскости батарею отключили, а контакты двигателя замкнули, чтобы торможение осуществлялось двигателем (динамическое торможение), и автомобильчик стал через некоторое время спускаться с постоянной скоростью  $v_{\text{с}}$ . С какой угловой скоростью будут вращаться колеса при подключенной батарее, если автомобильчик приподнять? Радиус колес  $r$ . Магнитное поле в электродвигателе создается постоянным магнитом. Внутреннее сопротивление батареи мало. Трением в осях, сопротивлением воздуха пренебречь.*

**Примечание.** *В задачах, в которых даны числовые значения, необходимо сначала получить аналитический (буквенный) ответ; и только потом надо использовать численные данные из условия задачи для получения численного ответа.*

**Решения задач Межрегиональной олимпиады школьников на базе  
ведомственных образовательных организаций  
в 2024-2025 учебном году**

**11 класс  
Заключительный этап. Вариант 1.**

**Задача 1. (20 баллов).** В горизонтально расположенном газовом амортизаторе (простейшая модель которого показана на рисунке), представляющем из себя теплоизолированный цилиндр, слева от закрепленного поршня находится  $\nu$  молей идеального газа. В правой части амортизатора вакуум, а пружина расположена между поршнем и стенкой, находится в недеформированном состоянии. Амортизатор теплоизолирован от окружающей среды. Когда поршень освободили, объем занимаемый газом увеличился вдвое. Во сколько раз изменилась температура газа. Коэффициент пропорциональности между температурой и внутренней энергией газа равен  $c$ .



**Решение:**

Запишем Первое начало термодинамики, с учетом того, что амортизатор теплоизолирован и  $Q = 0$ :

$$Q = \Delta U + A. \quad (1.1)$$

Пусть изначально давление, объем и температура газа были равны, соответственно,  $P_1, V_1, T_1$ . После того, как установилось равновесие, параметры газа приняли значения  $P_2, V_2, T_2$ , причем  $V_2 = 2 V_1$ .

Так как внутренняя энергия газа пропорциональна температуре, то ее приращение пропорционально приращению температуры газа:

$$\Delta U = c(T_2 - T_1). \quad (1.2)$$

Работа, совершенная газом равна изменению потенциальной энергии пружины:

$$A = \frac{kx^2}{2}, \quad (1.3)$$

где  $x$  – смещение поршня.

Попробуем выразить работу через параметры газа. Так как после установления равновесия поршень находится в покое, то сила упругости пружины равна силе давления газа:

$$kx = P_2 S, \quad (1.4)$$

где  $S$  – площадь поверхности поршня.

Запишем уравнение состояния идеального газа:

$$P_2 V_2 = \nu R T_2. \quad (1.5)$$

Так как объем газа при его расширении увеличился вдвое, а изменение объема газа равно  $Sx$ , то  $V_2 = 2Sx$  и следовательно:

$$kx^2 = \frac{\vartheta RT_2}{2}. \quad (1.6)$$

Таким образом, работа, совершенная газом равна:

$$A = \frac{kx^2}{2} = \frac{\vartheta RT_2}{4}. \quad (1.7)$$

Подстави этот результат и выражение (2) для  $\Delta U$  в равенство (1):

$$c(T_2 - T_1) + \frac{1}{4}\vartheta RT_2 = 0. \quad (1.8)$$

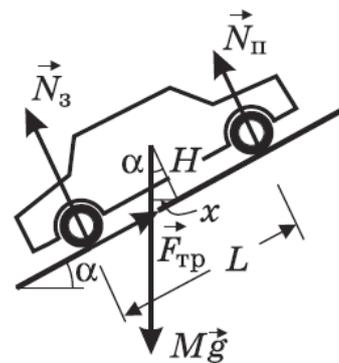
$$\frac{T_2}{T_1} = \frac{1}{1 + \frac{\vartheta R}{4c}} \quad (1.9)$$

Ответ:  $\frac{T_2}{T_1} = \frac{1}{1 + \frac{\vartheta R}{4c}}$

**Задача 2. (20 баллов).** Жигули движется вверх по дороге, составляющей угол  $\alpha$  с горизонтом. Расстояние между осями автомобиля  $L$ , центр тяжести находится посередине между осями на расстоянии  $H$  от поверхности дороги. Скорость автомобиля считать постоянной. Масса автомобиля  $M$ . Силу трения, действующую на передние колеса, не учитывать. Найти силу  $F$  взаимодействия ведущих (задних) колес с поверхностью дороги.

**Решение:**

Поскольку автомобиль движется с постоянной скоростью, связанная с ним система отсчета является инерциальной. В этой системе автомобиль находится в равновесии под действием сил, изображенных на рисунке, где  $M\vec{g}$  - сила тяжести,  $\vec{F}_{\text{тр}}$ -сила трения покоя, действующая со стороны дороги на ведущие (задние) колеса,  $\vec{N}_\Pi$  и  $\vec{N}_3$  нормальные составляющие сил реакции дороги, действующие, соответственно, на передние и задние колеса. Записывая уравнение моментов относительно оси, проходящей через точки соприкосновения передних колес с дорогой, имеем:



$$Mg \left( \frac{L}{2} \cos\alpha + x \right) = N_3 L, \text{ где } x = H \sin\alpha, \quad (2.1)$$

Отсюда

$$N_3 = Mg \left( \frac{1}{2} \cos \alpha + \frac{H}{L} \sin \alpha \right). \quad (2.2)$$

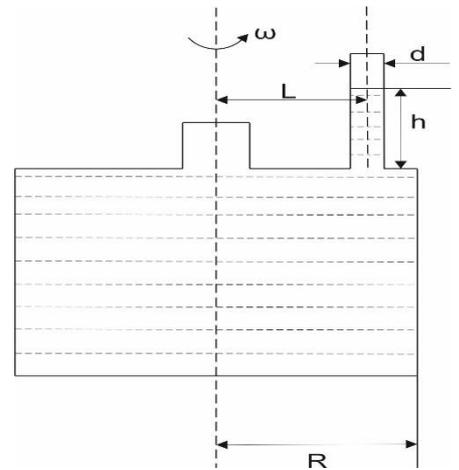
Из условия равновесия автомобиля следует, что  $F_{\text{тр}} = Mg \sin \alpha$ .

Получим

$$F = \sqrt{F_{\text{тр}}^2 + N_3^2} = Mg \sqrt{\sin^2 \alpha + \left( \frac{1}{2} \cos \alpha + \frac{H}{L} \sin \alpha \right)^2}. \quad (2.3)$$

Ответ:  $F = Mg \sqrt{\sin^2 \alpha + \left( \frac{1}{2} \cos \alpha + \frac{H}{L} \sin \alpha \right)^2}.$

**Задача 3. (20 баллов).** Цилиндрический сосуд, целиком заполненный жидкостью, вращается вокруг оси симметрии, расположенной вертикально, с угловой скоростью  $\omega$ . В верхней части сосуда в центре имеется небольшое отверстие, соединяющее сосуд с атмосферой. На расстоянии  $l$  от оси в верхней части сосуда впаяна тонкая трубка (см. рис.). Определить высоту  $h$ , до которой поднялся столб жидкости в трубке. Диаметр трубки ( $d$ ) пренебрежимо мал по сравнению с радиусом цилиндра ( $R$ ).



**Решение:**

Введем систему координат: ось  $Y$  совместим с осью симметрии цилиндра, ось  $X$  направим перпендикулярно этой оси. Нуль системы координат совместим с верхним уровнем жидкости в сосуде (см. рис.). Разобьем жидкость в сосуде на тонкие слои толщиной  $\Delta y$  плоскостями перпендикулярными оси  $Y$ . Рассмотрим слой с координатой  $(-y_0)$ . Разрежем этот слой двумя плоскостями, проходящими через ось симметрии цилиндра и повернутыми относительно друг друга на малый угол  $\varphi$ . Рассмотрим элементарный объем жидкости между двумя указанными плоскостями толщиной  $\Delta x_i$ , расположенном на расстоянии  $x_i$  от оси вращения. На жидкость в этом элементарном объеме действует центробежная сила

$$F_{\text{цс}} = \Delta m_i \omega^2 x_i, \quad (3.1)$$

где  $\Delta m_i \approx \rho S_i \Delta x_i$ , - масса жидкости в этом объеме,  $\rho$  плотность жидкости,  $S_i \approx \Delta y \varphi x_i$  - площадь элементарного объема толщиной  $\Delta x_i$ . Роль центробежной силы выполняет разность сил давления, действующих на элементарный объем толщиной  $\Delta x_i$  с его разных сторон вдоль оси  $X$ ,

$$F_{\text{цс}} = \Delta p_i S_i. \quad (3.2)$$

Из (1) и (2) получаем

$$\Delta p_i S_i = \rho S_i \Delta x_i \omega^2 x_i, \quad (3.3)$$

и далее

$$\Delta p_i = \rho \omega^2 x_i \Delta x_i. \quad (3.4)$$

Разность давлений при изменении  $x$  от 0 до  $l$  определяется интегралом

$$\Delta P = \omega^2 \int x dx = \rho \omega^2 l^2 / 2. \quad (3.5)$$

Следовательно, в жидкости на глубине  $y_0$  от поверхности и на расстоянии  $l$  от оси вращения давление составляет

$$P = \rho g y_0 + \rho \omega^2 l^2 / 2. \quad (3.6)$$

При  $y_0=0$

$$P = \rho \omega^2 l^2 / 2. \quad (3.7)$$

Следовательно, жидкость в трубке должна подняться на высоту

$$h = \omega^2 l^2 / 2g. \quad (3.8)$$

Ответ:  $h = \omega^2 l^2 / 2g$ .

*Задача 4. (20 баллов).* Ракета летит с постоянной скоростью по траектории, совпадающей с траекторией тела, брошенного под углом  $\alpha$  к горизонту. В некоторой точке траектории для скорости брошенного тела справедливо соотношение  $V_x = kV_y$ . Найти ускорение ракеты  $w$  в этой точке траектории.

**Решение:**

Введем угол  $\beta$  между вектором скорости и горизонтом.

$$\cos \beta = \frac{V_x}{\sqrt{V_x^2 + V_y^2}} = \frac{k}{\sqrt{k^2 + 1}} \quad (4.1)$$

Центростремительное ускорение тела в этой точке равно

$$a = g \cos \beta \quad (4.2)$$

Радиус кривизны траектории в этой точке равен

$$R = \frac{V_x^2 (k^2 + 1)^{\frac{3}{2}}}{g k^3} \quad (4.3)$$

Скорость ракеты равна

$$V_0 = \frac{V_x}{\cos \alpha} \quad (4.4)$$

Ускорение ракеты равно

$$w = \frac{V_0^2}{R} = \frac{gk^3}{\cos^2 \alpha (k^2 + 1)^{\frac{3}{2}}} \quad (4.5)$$

Ответ:  $w = \frac{gk^3}{\cos^2 \alpha (k^2 + 1)^{\frac{3}{2}}}$ .

**Задача 5. (20 баллов).** Игрушечный автомобильчик с электродвигателем, подключенным к батарее, поднимается вверх по наклонной плоскости с постоянной скоростью  $v_{\text{п}}$ . При спуске с этой плоскости батарею отключили, а контакты двигателя закоротили, чтобы торможение осуществлялось двигателем (динамическое торможение), и автомобильчик стал через некоторое время спускаться с постоянной скоростью  $v_{\text{с}}$ . С какой угловой скоростью будут вращаться колеса при подключенной батарее, если автомобильчик приподнять? Радиус колес  $r$ . Магнитное поле в электродвигателе создается постоянным магнитом. Внутреннее сопротивление батареи мало. Трением в осях, сопротивлением воздуха пренебречь.

**Решение:**

При работе двигателя обмотка якоря движется поперек магнитного поля статора и в ней наводится электродвижущая сила (э.д.с.) индукции, как это происходит в генераторе, но направлена она встречно той, что вращает вал двигателя.

При подъеме по наклонной плоскости

$$I_{\text{п}} R = U - E_{\text{инп}}, \quad (5.1)$$

где  $U$  – напряжение источника,  $I_{\text{п}}$  – сила тока при подъеме,  $R$  – сопротивление обмотки,  $E_{\text{инп}}$  – э.д.с. индукции<sup>1</sup>.

При спуске двигатель закорочен, поэтому

$$I_{\text{с}} R = E_{\text{ис}}, \quad (5.2)$$

где  $I_{\text{с}}$  – сила тока при спуске,  $E_{\text{ис}}$  – э.д.с. индукции при спуске. Момент силы, развиваемый двигателем прямо пропорционален силе Ампера, которая прямо пропорциональна силе тока в якоре двигателя. Причем, так как в обоих случаях движение равномерное, и моменты внешних сил одинаковы ( $mgr \sin \alpha$ ), то  $I_{\text{с}} =$

---

<sup>1</sup> При работе двигателя обмотка якоря движется поперек магнитного поля статора и в ней наводится э.д.с., как в генераторе, но направлена она встречно той, что вращает вал двигателя.

$I_{\text{п}}$ . Здесь  $m$  масса автомобильчика,  $g$  - ускорение свободного падения,  $\alpha$  – угол наклона плоскости.

Когда автомобильчик приподнят, момент внешних сил равен нулю, и, следовательно, ток равен нулю, а э.д.с. индукции  $E_{\text{их}}$  равна напряжению (режим холостого хода)

$$U = E_{\text{их}} . \quad (5.3)$$

Э.д.с. индукции пропорциональна угловой скорости вращения вала двигателя с некоторым коэффициентом пропорциональности  $\Upsilon$  . Следовательно

$$E_{\text{ип}} = \frac{\Upsilon v_{\text{п}}}{r}, \quad E_{\text{ис}} = \frac{\Upsilon v_{\text{с}}}{r}, \quad E_{\text{их}} = \Upsilon \Omega . \quad (5.4)$$

Из (1) – (4) получаем:

$$\Omega = \frac{v_{\text{с}} - v_{\text{п}}}{r} . \quad (5.5.)$$

Ответ:  $\Omega = \frac{v_{\text{с}} - v_{\text{п}}}{r}$ .

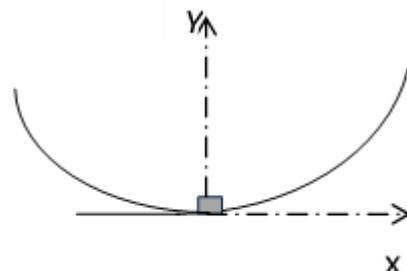
## Отборочный этап.

### 11 класс

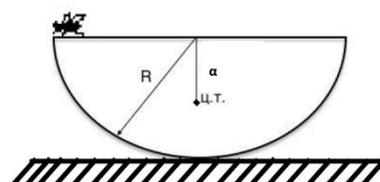
#### Вариант 1

**Задача 1 (20 баллов)** Пластинка в виде равностороннего треугольника ABC движется по плоскости. В некоторый момент скорость точки A направлена параллельно AC, а скорость точки B направлена параллельно BC и равна 15 см/с. Чему равна в этот момент скорость (в см/с) точки C? Внимание! (Ответ округлить до целых [см/с] и записать без указания единиц измерений)

**Задача 2 (20 баллов)** Маленькая гладкая шайба находится на дне чашки. Шайбе сообщают горизонтальную скорость  $v = 5$  м/с в сторону горки по кратчайшей траектории к вершине. Через какое время шайба окажется на высоте равной четверти максимальной высоты подъема? Форма поверхности горки такая, что высота, на которой оказывается шайба в любой момент  $y$ , связана с расстоянием от основания горки  $x$  соотношением  $y = (\pi^2/405) \cdot x^2$ . Ускорение свободного падения принять  $g = 10$  м/с. Внимание! (Ответ округлить до сотых [с] и записать без указания единиц измерений, десятичный разделитель запятой)



**Задача 3 (20 баллов)** Пчёлка Майя, после долгого перелёта, села на край полусферы радиуса  $R = 6$  см и массы  $M = 30\sqrt{2}$  г., которая покоится на горизонтальной плоскости. Масса пчёлки  $m = 5$  г. Определить высоту, на которую опустится край полусферы? Считать полусферу тонкостенной. Центр тяжести полусферы расположен на расстоянии  $a = R/3$  от ее центра. Внимание! (Ответ округлить до целых [см] и записать без указания единиц измерений)



**Задача 4 (20 баллов)** Металлическое кольцо массой  $m = 50$  г. и площадью  $S = 1.25$  см<sup>2</sup>, движущееся горизонтально, попадает в область линейно растущего магнитного поля, перпендикулярного плоскости кольца. Индукция магнитного поля увеличивается от нуля до  $B = 0.5$  Тл на расстоянии  $l = 10$  см. Найти сопротивление кольца  $R$ , если оно не вращается, а изменение линейной скорости равно  $\Delta v = 2$  см/сек. Считать размер кольца много меньшим  $l$ , а  $\Delta v$  много меньшим начальной скорости. Внимание! (Ответ округлить до сотых [Ом] и записать без указания единиц измерений, десятичный разделитель запятой)

**Задача 5 (20 баллов)** Беспилотный летательный аппарат, воздушный винт которого приводится во вращение поршневым двигателем, перемещается прямолинейно на постоянной высоте с постоянной по модулю скоростью  $V_1 = 40$  м/с. Для совершения горизонтального поворота на угол  $\alpha = 45^\circ$  включили реактивный двигатель, струя продуктов горения топлива которого имеет постоянную относительно аппарата скорость  $V_2 = 5 \cdot \pi$  м/с, направленную все время перпендикулярно к  $V_1$ . На какую величину  $W$  уменьшилась механическая энергия летательного аппарата за время поворота? В момент начала поворота полная масса аппарата равна  $m_0 = 10$  кг. Расходом топлива поршневого двигателя пренебречь. Внимание! (Ответ округлить до целых [кДж] и записать без указания единиц измерений)

## ОТВЕТЫ К ОЛИМПИАДЕ 11 – ГО КЛАССА

### Отборочный этап. Вариант 1.

1. 30 [см/с]
2. 0,75 [с]
3. 2 [см]
4. 0,39 [Ом]
5. 7 [кДж]