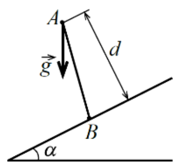
Межрегиональная олимпиада школьников на базе ведомственных образовательных учреждений по физике

Заключительный этап
10 класс

Вариант 1

Задача 1. (20 баллов). Лыжник съехал по бугристой горке с длиной основания L и высотой H и выехал на ровную поверхность. Найти расстояние X, которое он проедет по ровной поверхности до остановки, если коэффициент трения везде равен k. Начальная скорость лыжника равна нулю.

Задача 2. (20 баллов). Острие иглы расположено над наклонной плоскостью на расстоянии d от неё, как показано на рисунке. По игле скользит небольшая гайка без трения и через некоторое время спускается на наклонную плоскость. При какой длине иглы время движения гайки от острия иглы до плоскости будет минимально? $\alpha = \arccos(4/5)$.



Задача 3. (20 баллов). Конструктор аэростата предположил, что подъемная сила, действующая на его летательный аппарат, зависит от множества факторов, например, изменения плотности атмосферы, уменьшения количества топлива в баках и многого другого. Обратившись к знакомому физику за помощью, он получил формулу для вычисления подъемной силы:

$$F = 2mg(1 - ay),$$

где m – масса аппарата, a – некоторый положительный коэффициент, y – высота над уровнем земли. Пренебрегая сопротивлением воздуха, вычислите работу подъемной силы на первой половине пути подъема (начальную скорость считать равной нулю).

Задача 4. (20 баллов). Имеется два одинаковых калориметра с <u>ненулевой</u> теплоемкостью. В обоих калориметрах находится вода при температуре $t_{в.н.}=0^0$С. В первом калориметре вода занимает 1/n (одну n-ю) часть объема калориметра ($n > 1$). Во втором калориметре вода занимает 1/m (одну m-ю) часть объема калориметра ($m > 1$). Оба калориметра дозаполнили <u>полностью</u> водой. Отношение температур воды, долитой во второй и первый калориметр известно и равно η ($\eta \equiv {}^{t_2}/_{t_1}$). Найти отношение Θ установившихся температур содержимого калориметров Θ ($\Theta \equiv {}^{t_{у.2}}/_{t_{у.1}}$). Теплообмена калориметров с окружающим пространством нет.

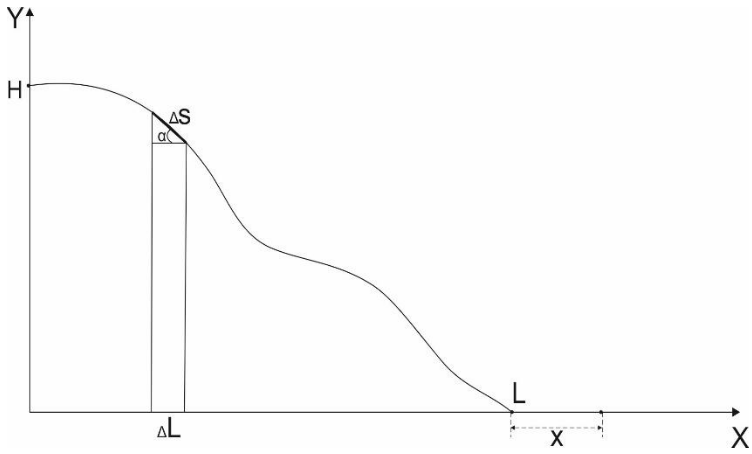
Задача 5. (20 баллов). Маленький шарик массы m подвешен на длинной тонкой нерастяжимой нити. При движении шарика сила сопротивления воздуха пропорциональна его скорости: $F = -bV$, где b – постоянный коэффициент. Нить с шариком отклоняют от положения равновесия на угол α и отпускают без начальной скорости. Найти угол β отклонения от положения равновесия, при котором скорость шарика будет максимальной. Период колебаний T. Колебания малые, затухание слабое.

<u>Примечание</u>. *В задачах, в которых даны числовые значения, необходимо сначала получить аналитический (буквенный) ответ; и только потом надо использовать численные данные из условия задачи для получения численного ответа.*

Решения задач Межрегиональной олимпиады школьников на базе ведомственных образовательных организаций в 2024-2025 учебном году 10 класс

Заключительный этап. Вариант 1.

Задача 1. (20 баллов). Лыжник съехал по бугристой горке с длиной основания Lи высотой H и выехал на ровную поверхность. Найти расстояние X, которое он проедет по ровной поверхности до остановки, если коэффициент трения везде равен k. Начальная скорость лыжника равна нулю.



Решение.

Если начальная и конечная скорости лыжника равны нулю, то работа силы трения на всем пути $A_{тр}$ должна быть равна начальной потенциальной энергии лыжника на вершине горки: $A_{тр}$=mgH, где m - масса лыжника.

Найдем работу силы трения $A_{тр1}$ на бугристом участке. Рассмотрим очень маленький участок горки, который из-за его малости приближенно можно считать плоским и обозначим длину этого участка ΔS, а угол его наклона к горизонту α (см.рис.).

Как видно из рисунка, реакция опоры на этом участке равна N = mgcosα, сила трения $F_{тр}$= kmgcosα, а элементарная работа силы трения на этом участке

$$\Delta A_{тр} = -\Delta S kmg\cos\alpha. \qquad (1.1)$$

Проекция отрезка ΔS на горизонтальную плоскость равна ΔL (см.рис.), тогда

$$\Delta S = \frac{\Delta L}{\cos\alpha} \qquad (1.2)$$

Подставляя (2) в (1), получим

$$\Delta A_{тр} = -\Delta L kmg. \qquad (1.3)$$

Суммируя эти элементарные работы от вершины горки до ее нижней точки, получим полную работу силы трения на спуске

$$A_{тр1} = -Lkmg, \qquad (1.4)$$

где L – длина основания горки. Работа силы трения на ровном участке очевидно равна

$$A_{тр2} = - Xkmg. \quad (1.5)$$

С другой стороны, эта же работа равна

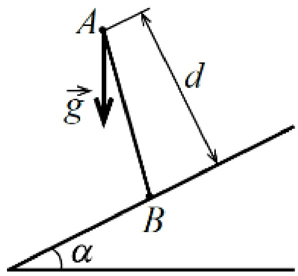
$$A_{тр2} = A_{тр} - A_{тр1} \quad (1.6)$$

Из (5) и (6) получаем

$$Xkmg = mgH – Lkmg,$$

откуда X=H/k –L

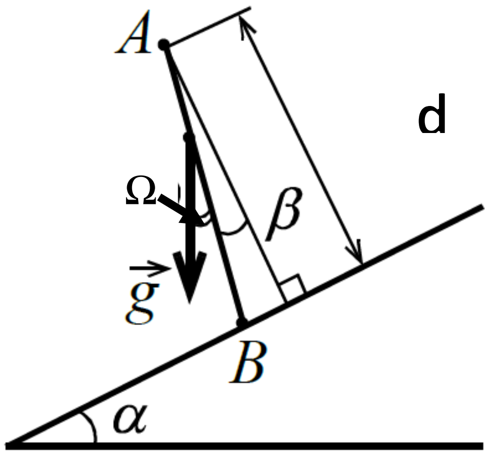
Ответ: X=H/k –L.



Задача 2. (20 баллов). Острие иглы, расположено над наклонной плоскостью на расстоянии d от неё, как показано на рисунке. По игле скользит небольшая гайка без трения и через некоторое время спускается на наклонную плоскость. При какой длине иглы время движения гайки от острия иглы до плоскости будет минимально? α = arccos(4/5).

Решение:

Введём вспомогательные углы β и Ω. Видно, что Ω = α – β. Найдем длину иглы |AB|=d/cosβ. Поскольку время движения гайки по игле должно быть минимальным, то необходимо связать пройденный путь и ускорение гайки с функцией от угла Ω. Ускорение, с которым гайка будет двигаться по игле, равно a = g·cosΩ, а пройденный путь по игле за время t (время движения от точки A до точки B) будет равен $|AB| = \frac{a \cdot t^2}{2}$ = g·cosΩ· t^2/2



Приравняем эти два выражения:

$$d/\cos\beta = g \cdot \cos\Omega \cdot t^2/2 \quad (2.1)$$

Найдем зависимость времени t от углов β и Ω

$$t(\beta, \Omega) = \sqrt{\frac{2d}{g\cos(\theta)\cos\beta}} \text{ или } \tau(\beta) = \sqrt{\frac{2d}{g\cos(\alpha-\beta)\cos\beta}} \quad (2.2)$$

Теперь задача свелась к тому, чтобы определить такой угол при котором время будет минимально. Для этого несколько упростим полученное выражение, а именно, воспользуемся следующей формулой из тригонометрии:

$$\cos(\alpha-\beta)\cos\beta=\frac{\cos(\alpha-\beta+\beta)+\cos(\alpha-2\beta)}{2} \tag{2.3}$$

Следовательно

$$\tau(\beta)=2\sqrt{\frac{d}{g[\cos(\alpha)+\cos(\alpha-2\beta)]}}, \tag{2.4}$$

Чтобы время было минимальным, необходимо и достаточно, чтобы была максимальна функция:

$$f(\beta)=\cos(\alpha)+\cos(\alpha-2\beta). \tag{2.5}$$

В силу того, что угол α=const

$$MAXf(\beta)=\cos\alpha+1 \tag{2.6}$$

при β= α/2

Таким образом, длина иглы равна $|AB| = \frac{d}{\cos(\frac{\alpha}{2})} = 3/\sqrt{10} \cdot d$

Ответ: $|AB| = \frac{d}{\cos(\frac{\alpha}{2})} = 3/\sqrt{10} \cdot d$

Задача 3. (20 баллов). Конструктор аэростата предположил, что подъемная сила, действующая на его летательный аппарат, зависит от множества факторов, например, изменения плотности атмосферы, уменьшения количества топлива в баках и многого другого. Обратившись к знакомому физику за помощью, он получил формулу для вычисления подъемной силы:

$$F=2mg(1-ay),$$

где m – масса аппарата, a – некоторый положительный коэффициент, y – высота над уровнем земли. Пренебрегая сопротивлением воздуха, вычислите работу подъемной силы на первой половине пути подъема (начальную скорость считать равной нулю).

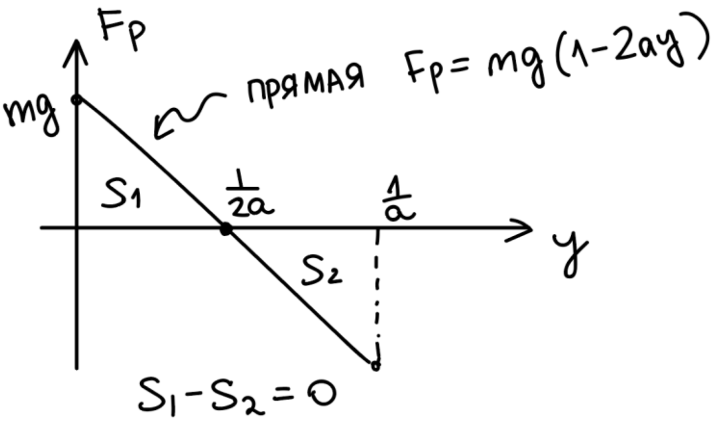
Решение:

Найдем высоту подъема. Направим ось OY вверх, тогда:

$$F_{\text{рез}}=F-mg=2mg(1-ay)-mg=mg(1-2ay). \tag{3.1}$$

Начальная и конечная скорости равны нулю, поэтому равно нулю приращение кинетической энергии и алгебраическая сумма работ подъемной силы и силы тяжести.

Работу результирующей силы найдем графически, как площадь под графиком линейной функции.



$$mgh(1 - ah) = 0.\ \text{Отсюда}\ h = \frac{1}{a}. \qquad (3.2)$$

Работа подъемной силы на первой половине подъема также находится также графически, как площадь под графиком.

$$A = \frac{2mg}{4a}. \qquad (3.3)$$

Ответ: $A = \frac{2mg}{4a}$.

Задача 4. (20 баллов). Имеется два одинаковых калориметра с ненулевой теплоемкостью. В обоих калориметрах находится вода при температуре $t_{в.н.}=0^0$C. В первом калориметре вода занимает 1/n (одну n-ю) часть объема калориметра ($n > 1$). Во втором калориметре вода занимает 1/m (одну m-ю) часть объема калориметра ($m > 1$). Оба калориметра дозаполнили полностью водой. Отношение температур воды, долитой во второй и первый калориметр известно и равно η ($\eta \equiv {}^{t_2}/_{t_1}$). Найти отношение Θ установившихся температур содержимого калориметров Θ ($\Theta \equiv {}^{t_{у.2}}/_{t_{у.1}}$). Теплообмена калориметров с окружающим пространством нет.

Решение:

Пусть C – теплоемкость калориметра. Введем удельную объемную теплоемкость воды c_v. Введем объем сосуда V каждого калориметра. Запишем условие теплового баланса для акта смешивания воды в 1-м калориметре.

$$\left[C + \frac{c_v V}{n}\right]\left(t_{уст.1} - 0\right) = \frac{c_v V(n-1)}{n}\left(t_1 - t_{уст.1}\right) \qquad (4.1)$$

Здесь $t_{уст.1}$ –установившаяся температура в первом калориметре после смешивания воды, t_1 –температура доливаемой воды в 1-й калориметр.

Преобразуем (4.1) к следующему виду

$$\frac{C}{c_v V} = \frac{(n-1)t_1 - nt_{\text{уст.1}}}{nt_{\text{уст.1}}} \tag{4.2}$$

Запишем условие теплового баланса для акта смешивания воды во 2-м калориметре.

$$\left[C + \frac{c_v V}{m}\right]\left(t_{\text{уст.2}} - 0\right) = \frac{c_v V(m-1)}{m}\left(t_2 - t_{\text{уст.2}}\right) \tag{4.3}$$

Здесь $t_{\text{уст.2}}$ –установившаяся температура во втором калориметре после смешивания воды, t_2 –температура доливаемой воды во 2-й калориметр.

Преобразуем (1) к следующему виду

$$\frac{C}{c_v V} = \frac{(m-1)t_2 - mt_{\text{уст.2}}}{mt_{\text{уст.2}}} \tag{4.4}$$

Приравняем правые части выражений (2) и (4).

$$\frac{(n-1)t_1 - nt_{\text{уст.1}}}{nt_{\text{уст.1}}} = \frac{(m-1)t_2 - mt_{\text{уст.2}}}{mt_{\text{уст.2}}} \tag{4.5}$$

Упростим выражение (5) и получим

$$(n-1)t_1 m t_{\text{уст.2}} = (m-1)t_2 n t_{\text{уст.1}} \tag{4.6}$$

Преобразуем (6) к следующему виду

$$t_{\text{уст.2}} / t_{\text{уст.1}} = \frac{(m-1)n}{(n-1)m} \frac{t_2}{t_1} \tag{4.7}$$

Используя условные обозначения задачи, пишем ответ.

Ответ: $\Theta = t_{\text{уст.2}} / t_{\text{уст.1}} = \frac{(m-1)n}{(n-1)m}\,\eta.$

Задача 5. (20 баллов). Маленький шарик массы *m* подвешен на длинной тонкой нерастяжимой нити. При движении шарика сила сопротивления воздуха пропорциональна его скорости: **F** = –*b***V**, где *b* – постоянный коэффициент. Нить с шариком отклоняют от положения равновесия на угол α и отпускают без начальной скорости. Найти угол β отклонения от положения равновесия, при котором скорость шарика будет максимальной. Период колебаний *T*. Колебания малые, затухание слабое.

Решение:

Потенциальная энергия шарика, отсчитываемая от низшей точки его траектории, в момент начала движения равна:

$$E_{\text{пот}\,0} = mgl(1 - \cos\alpha) = 2mgl\sin^2\frac{\alpha}{2}. \tag{5.1}$$

Потери энергии за один период пренебрежимо малы. Приравняем энергию в момент начала движения к кинетической энергии шарика при прохождении им положения равновесия:

$$2mgl\sin^2\frac{\alpha}{2} = \frac{mV_0{}^2}{2}. \qquad (5.2)$$

Отсюда найдем скорость при прохождении положения равновесия:

$$V_0 = 2\sqrt{gl}\sin\frac{\alpha}{2}. \qquad (5.3)$$

Период колебаний T равен:

$$T \approx 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}, \qquad (5.4)$$

где l – длина подвеса. Из (1) и (2) исключим l и найдем начальную скорость:

$$V_0 = \frac{gT}{\pi}\sin\frac{\alpha}{2}. \qquad (5.5)$$

В соотношении (3) с малыми колебаниями связан только период T, начальное отклонение α при этом *не обязательно должно быть малым*. Необходимо лишь, чтобы при движении шарика нить все время была натянута, т.е. $\alpha<\pi/2$.

Скорость шарика максимальная, когда его тангенциальное ускорение обращается в ноль:

$$mg\sin\beta = bV_{\mathrm{m}}, \qquad (5.6)$$

где V_{m} – максимальная скорость шарика в процессе колебаний. Для малых колебаний при слабом затухании выполняются равенства:

$$V_{\mathrm{m}} \approx V_0, \qquad (5.7)$$

$$\sin\beta \approx \beta. \qquad (5.8)$$

С учетом соотношений (3)–(6) получаем:

$$mg\beta = b\frac{gT}{\pi}\sin\frac{\alpha}{2}. \;\Rightarrow\; \beta = \frac{bT}{\pi m}\sin\frac{\alpha}{2}. \qquad (5.9)$$

(Угол α не обязательно малый)

Ответ: $\beta = \frac{bT}{\pi m}\sin\frac{\alpha}{2}$

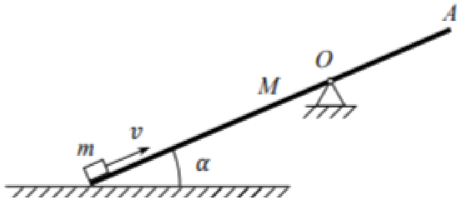
Отборочный этап.
10 класс

Вариант 1

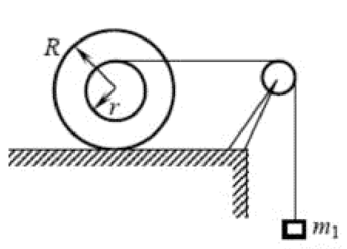
Задача 1 (20 баллов) Небольшие шарики массой m_1 и m_2 подвешены на нитях одинаковой длины таким образом, что в состоянии покоя они соприкасаются друг с другом ($m_1 << m_2$). Шарики разводят в разные стороны так, что их нити составляют одинаковый угол α с вертикалью. Затем их одновременно отпускают и после соприкосновения они испытывают упругое соударение. До и после удара шары движутся в одной и той же плоскости. Максимальный угол, на который отклонится шар m_1 после удара, равен α_1. Определить угол α, на который первоначально были отклонены шарики, если угол отклонения первого шарика после столкновения α_1 = 12 град. (α, α_1 << 1 рад). Внимание! (Ответ округлить до целых [град] и записать без указания единиц измерений)

Задача 2 (20 баллов) Световод выполнен из тонкого прозрачного волокна с показателем преломления n. Чему равен этот показатель преломления, если максимальный угол к оси световода, под которым падает световой луч на торец равен 41^0. При таком угле падения свет еще может падать на световод, проходя его с минимальным ослаблением. (Принять sin 41^0 ~0.66).Внимание! (Ответ округлить до десятых и записать без указания единиц измерений, десятичный разделитель запятая)

Задача 3 (20 баллов) На рисунке изображены качели-балансир, они состоят из доски длиной L=2 м и массой M=2 кг. Качели собраны так, что ось вращения находится на расстоянии равном L/n (n=2) от нижнего края доски. Вверх по доске с начальной скоростью V0=5 м/с начинает скользить брусок массой m=0,5 кг. Угол между землей и доской равен α=45 град. Найдите максимальное значение коэффициента трения между бруском и доской, при котором через некоторое время качели повернутся. Ускорение свободного принять равным 9,8 м/с2. Внимание! (Ответ округлить до десятых и записать без указания единиц измерений).



Задача 4 (20 баллов) На горизонтальном столе лежит катушка, имеющая некоторый внешний радиус R, с намотанной на нее нерастяжимой нитью, причем радиус намотки r < R. Нить перекинута через невесомый блок и к концу ее подвешен груз, который движется вниз с постоянным ускорением a_1. Катушка начинает катиться без проскальзывания, нить катушки параллельна столу, при этом центр масс катушки перемещается с постоянным ускорением *a*. Известно, что отношение $a_1/a = n = 1,25$. Найти отношение *R*/*r*. Принять начальную скорость катушки равной нулю. Внимание! (Ответ округлить до целых и записать без указания единиц измерений, десятичный разделитель запятая)



Задача 5 (20 баллов) В калориметр, содержащий $m_{л.0}$=100г льда с начальной температурой $t_л=0^0$C, впустили $m_{в.п.0.}$=100г водяного пара с температурой $t_{в.п.}=100^0$C. Определить каково будет фазовое состояние содержимого калориметра, исходя из этого определить массу оставшегося после установления стабильной температуры льда $m_{л.}$. Теплоемкостью калориметра пренебречь. Теплообмен с внешней средой отсутствует. Удельная теплоемкость воды $c_в$=4,2 кДж/(кг· град); удельная теплота плавления льда λ=3,3*10^5 Дж/кг; удельная теплота парообразования r =2,3*10^6 Дж/кг. Внимание! (Ответ округлить до единиц [г] и записать без указания единиц измерений)

ОТВЕТЫ К ОЛИМПИАДЕ 10 – ГО КЛАССА
Отборочный этап. Вариант 1.

1. 4 [град]
2. 1,2
3. 0,8
4. 4
5. 0 [г]