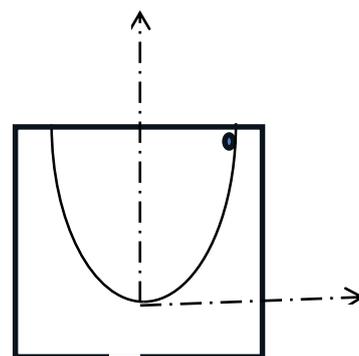


# Межрегиональная олимпиада школьников на базе ведомственных образовательных учреждений по физике

## Заключительный этап 11 класс

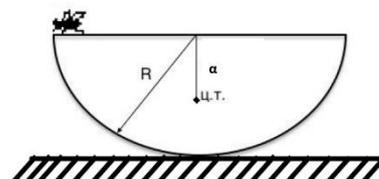
Вариант 1

**Задача 1. (20 баллов).** Автомобиль УАЗ-452 «Буханка» при эвакуации раненого бойца с поля боя разогнался по заснеженной дороге, буксуя всеми четырьмя колесами, до скорости  $V = 36$  км/ч, при этом проехал путь  $S = 63$  м. Далее автомобиль ехал с постоянной скоростью под непрерывным обстрелом противника, в результате которого были повреждены тормоза задних колес. Найти тормозной путь  $S_T$  «Буханки» при торможении юзом (с полностью заблокированными передними колесами). Колесная база (расстояние между осями) УАЗ-452 – 2,3 м, центр масс расположен на равном удалении от осей на высоте  $h = 1$  м, коэффициент трения колес с поверхностью заснеженной дороги  $\mu = 0,08$ .



**Задача 2. (20 баллов).** На внутреннюю поверхность массивной чаши глубиной  $H$  кладут маленький шарик массы  $m$  и отпускают его. За какое время шарик достигнет дна чаши, если поверхность гладкая и имеет параболическую форму  $y = ax^2$ , где  $a$  – некоторая постоянная? Ускорение свободного падения  $g$ .

**Задача 3. (20 баллов).** Пчёлка Майя, после долгого перелёта, села на край полусферы радиуса  $R$  и массы  $M$ , которая покоится на горизонтальной плоскости. Масса пчёлки  $m$ . Определить высоту, на которую опустится край полусферы? Считать полусферу тонкостенной. Центр тяжести полусферы расположен на расстоянии  $a=R/2$  от ее центра.



**Задача 4. (20 баллов).** Металлическое кольцо массой  $m$ , сопротивлением  $R$  и площадью  $S$ , движущееся горизонтально, попадает в область линейно растущего магнитного поля, перпендикулярного плоскости кольца. Индукция магнитного поля увеличивается от нуля до  $B$  на расстоянии  $l$ . Как изменится скорость кольца  $\Delta v$ , если оно не вращается? Считать размер кольца много меньшим  $l$ , а  $\Delta v$  много меньшим начальной скорости.

**Задача 5. (20 баллов).** Беспилотный летательный аппарат, воздушный винт которого приводится во вращение поршневым двигателем, перемещается прямолинейно на постоянной высоте с постоянной по модулю скоростью  $V_1$ . Для совершения горизонтального поворота на угол  $\varphi$  был включен реактивный двигатель, струя продуктов горения топлива которого имела постоянную относительно аппарата скорость  $V_2$ , направленную все время перпендикулярно к  $V_1$ . Какую работу  $A$  совершил реактивный двигатель за время поворота? В момент начала поворота полная масса аппарата равна  $m_0$ . Расходом топлива поршневого двигателя пренебречь. Коэффициент полезного действия реактивного двигателя считать равным 1.

**Примечание.** В задачах, в которых даны числовые значения, необходимо сначала получить аналитический (буквенный) ответ; и только потом надо использовать численные данные из условия задачи для получения численного ответа.

**Решения задач Межрегиональной олимпиады школьников на базе  
ведомственных образовательных организаций  
в 2023-2024 учебном году**

**11 класс**

**Заключительный этап. Вариант 1.**

**Задача 1. (20 баллов).** Автомобиль УАЗ-452 «Буханка» при эвакуации раненого бойца с поля боя разогнался по заснеженной дороге, буксуя всеми четырьмя колесами, до скорости  $V = 36$  км/ч, при этом проехал путь  $S = 63$  м. Далее автомобиль ехал с постоянной скоростью под непрерывным обстрелом противника, в результате которого были повреждены тормоза задних колес. Найти тормозной путь  $S_T$  «Буханки» при торможении юзом (с полностью заблокированными передними колесами). Колесная база (расстояние между осями) УАЗ-452 – 2,3 м, центр масс расположен на равном удалении от осей на высоте  $h = 1$  м, коэффициент трения колес с поверхностью заснеженной дороги  $\mu = 0,08$ .

**Решение:**

Применяя кинематическое уравнение для перемещения  $S$  при разгоне в проекции на горизонтальную ось, получим

$$S = \frac{V^2}{(2a)}. \quad (1.1)$$

Для искомой величины  $S_T$  можно написать аналогичное соотношение:

$$S_T = \frac{V^2}{(2a_T)}. \quad (1.2)$$

Для случая разгона всеми колесами из второго закона Ньютона получим:

$$ma = F_1 + F_2. \quad (1.3)$$

Кроме того, так как колеса буксуют, то на них действует сила трения скольжения:

$$F_1 = \mu N_1; F_2 = \mu N_2, \quad (1.4)$$

а из второго закона Ньютона в проекции на вертикальную ось следует, что

$$N_1 + N_2 = mg. \quad (1.5)$$

Поэтому получается  $a = \mu g$ , и после подстановки:

$$S = \frac{V^2}{(2\mu g)}. \quad (1.6)$$

При торможении только передними колесами  $F_2 = 0$ , поэтому будем иметь

$$ma_T = F_1 = \mu N_1. \quad (1.7)$$

Для нахождения  $N_1$ , помимо соотношения  $N_1 + N_2 = mg$ , следует учесть также равенство нулю суммы моментов относительно центра масс всех сил, приложенных к автомобилю:

$$\frac{l(N_1 - N_2)}{2} - \mu N_1 h = 0. \quad (1.8)$$

Выполнение этого условия обеспечивает поступательное движение автомобиля в инерциальной системе отсчета. Из последней пары уравнений получаем:

$$N_1 = \frac{mg}{2\left(1 - \mu \frac{h}{l}\right)} = 0. \quad (1.9)$$

и после подстановки

$$a_T = \frac{\mu mg}{2\left(1 - \mu \frac{h}{l}\right)}, \quad (1.10)$$

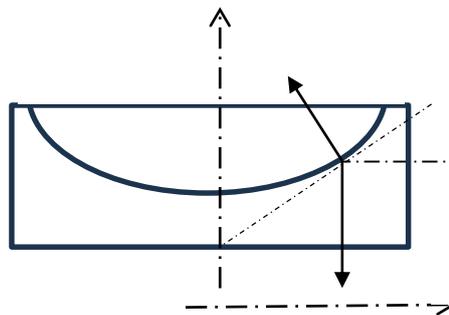
$$S_T = 2S\left(1 - \mu \frac{h}{l}\right). \quad (1.11)$$

Ответ:  $S_T = 2S\left(1 - \mu \frac{h}{l}\right) = 122 \text{ м.}$

**Задача 2. (20 баллов).** На внутреннюю поверхность массивной чаши небольшой глубины  $H$  кладут маленький шарик массы  $m$  и отпускают его. За какое время шарик достигнет дна чаши, если поверхность гладкая и имеет параболическую форму  $y = ax^2$ , где  $a$  – некоторая постоянная? Ускорение свободного падения  $g$ .

**Решение:**

После того, как шарик отпустят, он будет совершать колебания относительно дна чаши, опускаясь и поднимаясь. При небольшой высоте подъема скорость шарика будет невелика и нормальным ускорением можно пренебречь. Тогда для небольших углов  $\varphi$  проекция силы реакции опоры на горизонтальную ось



$$N_x = -mg \cos \varphi \sin \varphi \cong -mg \tan \varphi = -mg2ax. \quad (2.1)$$

Здесь  $\tan \varphi$  найден через производную  $y$  по  $x$ .

Следовательно, проекцию силы на ось  $OX$ , действующей на шарик, можно записать, как  $F_x = -kx$ , где  $k = 2mga$ .

Таким же образом зависит от  $x$  сила в пружинном маятнике, где  $k$  – коэффициент жесткости пружины (груз на абсолютно гладкой поверхности, присоединенный к стене пружиной).

Период колебания пружинного маятника

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}}. \quad (2.2)$$

Таким образом, период колебаний шарика будет равен

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{1}{2ga}}. \quad (2.3)$$

Время движения шарика между верхней и нижней точками траектории равно четверти периода

$$\tau = \pi \sqrt{\frac{1}{8ga}}. \quad (2.4)$$

К решению задачи можно подойти другим путем. Потенциальная энергия шарика равна  $U = mgy = mga x^2$ , а кинетическая –  $\frac{mv^2}{2}$ , где  $v$  – его скорость.

Запишем закон сохранения энергии:

$$mga x^2 + \frac{mv^2}{2} = mgH \quad (2.5)$$

Для небольшой глубины чаши квадратом вертикальной составляющей скорости по сравнению с квадратом горизонтальной можно пренебречь. Скорость равна производной по времени.

Тогда  $2gax^2 + x'^2 = 2gH$ .

Дифференцируя по времени, получаем:  $\omega^2 x + x'' = 0$ , где  $\omega^2 x = 2ga$ .

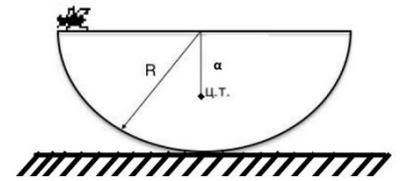
Решение этого уравнения – это гармонические колебания с периодом

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{1}{2ga}}. \text{ Искомое время равно четверти периода } \tau = \pi \sqrt{\frac{1}{8ga}}.$$

Мы пренебрегли трением и энергией вращения шарика, так как он по условию мал, а при отсутствии трения вращаться не будет.

Ответ:  $\tau = \pi \sqrt{\frac{1}{8ga}}$ .

**Задача 3. (20 баллов).** Пчёлка Майя, после долгого перелёта, села на край полусферы радиуса  $R$  и массы  $M$ , которая покоится на горизонтальной плоскости. Масса пчёлки  $m$ . Определить высоту, на которую опустится край полусферы? Считать полусферу тонкостенной. Центр тяжести полусферы расположен на расстоянии  $a=R/2$  от ее центра.



**Решение:**

Под действием веса пчёлки сфера займет наклонное положение, изображенное на рисунке, где через  $\vec{N}$  обозначена сила реакции стола. Уравнение моментов, записанное относительно оси, перпендикулярной плоскости рисунка и проходящей через точку касания полусферы и стола, имеет вид:

$$Mga \sin \alpha = mgR \cos \alpha, \quad (3.1)$$

где  $\alpha$  — угол, на который отклонится полусфера. Отсюда

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{mR}{Ma} = 2 \frac{m}{M}. \quad (3.2)$$

Из рисунка видно, что искомая величина  $h = R \sin \alpha$ , тогда

$$h = R \frac{\operatorname{tg} \alpha}{\sqrt{1 + \operatorname{tg}^2 \alpha}} = \frac{R}{\sqrt{1 + \left(\frac{M}{2m}\right)^2}}. \quad (3.3)$$

Ответ:  $h = \frac{R}{\sqrt{1 + \left(\frac{M}{2m}\right)^2}}.$

**Задача 4. (20 баллов).** Металлическое кольцо массой  $m$ , сопротивлением  $R$  и площадью  $S$ , движущееся горизонтально, попадает в область линейно растущего магнитного поля, перпендикулярного плоскости кольца. Индукция магнитного поля увеличивается от нуля до  $B$  на расстоянии  $l$ . Как изменится скорость кольца  $\Delta v$ , если оно не вращается? Считать размер кольца много меньшим  $l$ , а  $\Delta v$  много меньшим начальной скорости.

**Решение:**

Введем горизонтальную ось координат  $X$ .  
По условию

$$B(x) = \frac{B}{l} x. \quad (4.1)$$

Время движения кольца, при условии  $\Delta v \ll v$ ,

$$t = \frac{l}{v}. \quad (4.2)$$

ЭДС индукции, учитывая то, что размер кольца много меньше  $l$ , равна

$$|\varepsilon| = \frac{SBv}{l}. \quad (4.3)$$

По закону сохранения энергии изменение кинетической энергии  $\Delta W$  равно количеству теплоты, выделившемуся в кольце:

$$\frac{\varepsilon^2}{R} t = |\Delta W|. \quad (4.4)$$

Изменение кинетической энергии, при условии  $\Delta v \ll v$ , равно:

$$|\Delta W| = mv\Delta v. \quad (4.5)$$

Подставим (4.4) и (4.3) в (4.5) и получим ответ:

$$\frac{\varepsilon^2}{R} t = mv\Delta v, \Delta v = \frac{S^2 B^2}{Rml}. \quad (4.6)$$

Ответ:  $\Delta v = \frac{S^2 B^2}{Rml}.$

**Задача 5. (20 баллов).** Беспилотный летательный аппарат, воздушный винт которого приводится во вращение поршневым двигателем, перемещается прямолинейно на постоянной высоте с постоянной по модулю скоростью  $V_1$ . Для совершения горизонтального поворота на угол  $\varphi$  был включен реактивный двигатель, струя продуктов горения топлива которого имела постоянную относительно аппарата скорость  $V_2$ , направленную все время перпендикулярно к  $V_1$ . Какую работу  $A$  совершил реактивный двигатель за время поворота? В момент начала поворота полная масса аппарата равна  $m_0$ . Расходом топлива поршневого двигателя пренебречь. Коэффициент полезного действия реактивного двигателя считать равным 1.

**Решение:**

За малый промежуток времени, в течение которого направление струи относительно Земли можно считать неизменным, приращение импульса системы равно нулю:

$$(m + dm)(V_1 + dV_1) + dm_{\Gamma}V_{\Gamma} - mV_1 = 0, \quad (5.1)$$

где  $m$  – масса летательного аппарата,  $dm$  – ее приращение;  $dm_{\Gamma}$  – масса порции выброшенных газов (при этом  $dm_{\Gamma} = -dm$ );  $dV_1$  – приращение вектора скорости летательного аппарата,  $V_{\Gamma}$  – скорость струи в системе отсчета, связанной с Землей.

Заменяя  $dm_{\Gamma}$  на  $(-dm)$  и пренебрегая малой величиной  $dmdV_1$ , получим:

$$mdV_1 + dmV_1 - dmV_{\Gamma} = 0, \quad (5.2)$$

$$mdV_1 = dm(V_{\Gamma} - V_1), \quad (5.3)$$

$$m dV_1 = dmV_2, \quad (5.4)$$

где  $V_2 = (V_r - V_1)$  – относительная скорость струи.

Векторы  $dV_1$  и  $V_2$  направлены противоположно, поэтому:

$$m|dV_1| = -dmV_2. \quad (5.5)$$

С учетом того, что длина вектора  $V_1$  остается неизменной, и модуль его приращения равен  $|dV_1| = V_1 d\varphi$ , где  $d\varphi$  – угол поворота вектора  $V_1$ , имеем:

$$mV_1 d\varphi = -dmV_2. \quad (5.6)$$

Отсюда угол поворота  $\varphi$  равен:

$$\varphi = \left(\frac{V_2}{V_1}\right) \ln\left(\frac{m_{\text{нач}}}{m_{\text{кон}}}\right) = \left(\frac{V_2}{V_1}\right) \ln\left(\frac{m_0}{(m_0 - m_r)}\right), \quad (5.7)$$

где  $m_{\text{нач}}$  и  $m_{\text{кон}}$  – масса летательного аппарата до и после совершения маневра соответственно,  $m_r$  – масса выброшенных газов.

Из уравнения (5.7) найдем массу выброшенных газов:

$$m_r = m_0 \left(1 - e^{\left(\frac{-\varphi V_1}{V_2}\right)}\right). \quad (5.8)$$

Работа реактивного двигателя равна кинетической энергии выброшенных газов в системе отсчета, связанной с летательным аппаратом:

$$A = \frac{m_r V_2^2}{2} = \frac{m_0 \left(1 - e^{\left(\frac{-\varphi V_1}{V_2}\right)}\right) V_2^2}{2}. \quad (5.9)$$

Ответ:  $A = \frac{m_r V_2^2}{2} = \frac{m_0 \left(1 - e^{\left(\frac{-\varphi V_1}{V_2}\right)}\right) V_2^2}{2}.$

## Отборочный этап.

### 11 класс

#### Вариант 1

**Задача 1 (20 баллов)** На горизонтальном столе покоятся два бруска с массами  $m=3$  кг и  $M=10$  кг, соединенные невесомой ненапряженной пружиной. Коэффициент трения брусков о стол  $\mu=0,1$ . Какую наименьшую постоянную горизонтальную силу  $F$  надо приложить к бруску массы  $m$ , чтобы сдвинулся и брусок массы  $M$ ? Принять  $g=10$  м/с<sup>2</sup>. Внимание! Ответ округлить до целых [Н] и записать без указания единиц измерений.

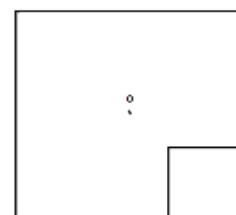


**Задача 2 (20 баллов)** Равномерно заряженную по поверхности до заряда  $q$  сферу радиуса  $R=10$  см разделили по диаметру на две одинаковых части, которые, из-за взаимодействия зарядов, стали отталкиваться. Найти величину заряда сферы  $q$ , если давление внутри сферы, возникающее из-за взаимодействия зарядов равно  $p=1591$  Па. Внимание! (Ответ округлить до целых [мкКл] и записать без указания единиц измерений)

**Задача 3 (20 баллов)** Вертолет Ми-28 «Ночной охотник» неподвижно завис над землей. Диаметр винта вертолета 17,2 м. Суммарная полезная выдаваемая мощность двигателей 5000 л.с. Универсальная газовая постоянная  $R = 8,3$  Дж·К<sup>-1</sup>·моль<sup>-1</sup>, температура воздуха 4°С. Атмосферное давление 100 кПа. Определить  $v$  - скорость потока воздуха от винта. Внимание! (Ответ округлить до целых [м/с] и записать без указания единиц измерений)

**Задача 4 (20 баллов)** Параллельный пучок света малого диаметра и пространственной протяженности  $l=1$  м, двигавшийся параллельно главной оптической оси, проходит через тонкую собирающую линзу. Отношение расстояния между оптическим центром линзы и точкой падения на нее светового пучка к фокусному расстоянию линзы равно  $k=0,1$ . Коэффициент отражения света от поверхностей линзы равен нулю; оптическое стекло, из которого изготовлена линза, поглощает часть энергии проходящего через него света, равную  $\eta=0,2$ . Энергия светового пучка до падения на линзу равна  $W=10$  мВт. Найти величину средней силы  $N_{\text{ср}}$ , действующей на линзу при прохождении через нее пучка света. Внимание! (Ответ округлить до десятых [мН] и записать без указания единиц измерений)

**Задача 5 (20 баллов)** Из однородной квадратной пластины со стороной  $a=5$  вырезали квадратное отверстие со стороной  $b=1$  так, как показано на рисунке. Определить смещение центра масс  $x$  полученного изделия относительно центра пластины  $O$ . Внимание! (Ответ округлить до тысячных и записать без указания единиц измерений, десятичный разделитель запятой)



## ОТВЕТЫ К ОЛИМПИАДЕ 11 – ГО КЛАССА.

### Отборочный этап. Вариант 1.

1. 8 [Н]
2. 21 [мкКл]
3. 29 [м/с]
4. 2,2 [мН]
5. 0,118