# Межрегиональная олимпиада школьников на базе ведомственных образовательных учреждений по физике

## Заключительный этап
## 9 класс

Вариант 1

***Задача 1. (10 баллов).*** Имеются две однородные пластины с плотностями $\rho_1$ и $\rho_2$. Известно, что объем первой пластины составляет 1/n (одну n-ю) часть суммарного объема пластин. Найти результирующую плотность $\rho$ пластин.

***Задача 2. (15 баллов).*** Три тела с разными массами подвешены к потолку (см. рис.) на трех нитях. Система тел покоится. Известна сила натяжения T верхней нити. Если поменять местами 1-е и 2-е тела, сила натяжения средней нити получит приращение $F_1$. Если же поменять местами 1-е и 3-е тела, сила натяжения нижней нити получит приращение $F_2$. Найти первоначальные силы натяжения средней и нижней нитей $T_{ср.}$ и $T_{ниж.}$ соответственно.

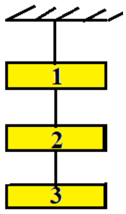
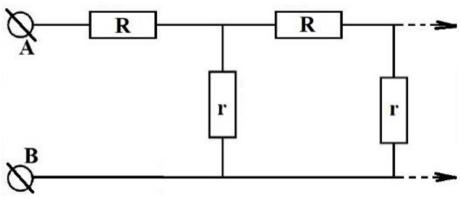


**Рис. 1**

***Задача 3. (25 баллов).*** Дана бесконечная цепь, образованная повторением одного и того же звена – резисторов с известными сопротивлениями R и r. Найти результирующее сопротивление цепи между точками A и B.




***Задача 4. (25 баллов).*** Два одинаковых шарика массы m и плотностью материала $\rho$ прикреплены к концам невесомой и нерастяжимой нити. Нить перекинута через невесомый блок, который застопорен. Под один из шариков подвели сосуд с жидкостью плотности $\rho_{ж.}$ так, что шарик оказался глубоко погруженным в жидкость. Найти <u>установившуюся</u> скорость $v_{уст.}$ движения шариков, когда блок будет расстопорен. Считать, что сила сопротивления движению шарика в жидкости <u>линейно</u> зависит от скорости с известным коэффициентом k ($F_C = kv$).

***Задача 5. (25 баллов).*** В калориметр налито $m_в$=2кг воды при температуре $t_в=5^0$C. Туда же поместили $m_л$=5кг льда с начальной температурой $t_л= -40^0$C. Определить установившуюся температуру $t_{уст.}$ содержимого калориметра. Найти объем V содержимого калориметра (исключая газообразную фазу). Теплоемкостью калориметра пренебречь. Теплообмен с внешней средой отсутствует. Удельные теплоемкости: льда $c_л = 2{,}1$ кДж/(кг · град.); воды $c_в = 4{,}2$ кДж/(кг · град.); удельная теплота плавления льда $\lambda = 333$ кДж/кг; Плотность льда $\rho_л = 0{,}9\ \mathrm{г}/\mathrm{см}^3$. Плотность воды $\rho_в = 1{,}0\ \mathrm{г}/\mathrm{см}^3$.

<u>**Примечание.**</u> *В задачах, в которых даны числовые значения, необходимо сначала получить аналитический (буквенный) ответ; и только потом надо использовать численные данные из условия задачи для получения численного ответа.*

**Решения задач Межрегиональной олимпиады школьников на базе ведомственных образовательных организаций в 2023-2024 учебном году**

**9 класс**
**Заключительный этап. Вариант 1.**

***Задача 1. (10 баллов).*** Имеются две однородные пластины с плотностями $\rho_1$ и $\rho_2$. Известно, что объем первой пластины составляет 1/n (одну n-ю) часть суммарного объема пластин. Найти результирующую плотность $\rho$ пластин.

**Решение:**

По определению, результирующая плотность $\rho$ пластин находится по формуле

$$\rho = \frac{m}{V}, \quad (1.1)$$

где $m$, $V$ − суммарная масса и суммарный объем пластин соответственно. Используя второе условие задачи, можно записать:

$$V_1 = \frac{V}{n}, \quad (1.2)$$

$$V_2 = V\left(1 - \frac{1}{n}\right). \quad (1.3)$$

Здесь $V_1, V_2$– объемы обеих пластин соответственно. Запишем суммарную массу пластин:

$$m = \rho_1 \frac{V}{n} + \rho_2 V\left(1 - \frac{1}{n}\right). \quad (1.4)$$

Подставляя выражение для $m$ в первую формулу, получим ответ:

$$\rho = \frac{\rho_1 + \rho_2(n-1)}{n}. \quad (1.5)$$

Ответ: $\rho = \frac{\rho_1+\rho_2(n-1)}{n}$.

***Задача 2. (15 баллов).*** Три тела с разными массами подвешены к потолку (см. рис.) на трех нитях. Система тел покоится. Известна сила натяжения Т верхней нити. Если поменять местами 1-е и 2-е тела, сила натяжения средней нити получит приращение $F_1$. Если же поменять местами 1-е и 3-е тела, сила натяжения нижней нити получит приращение $F_2$. Найти первоначальные силы натяжения средней и нижней нитей $T_{ср.}$ и $T_{ниж.}$ соответственно.

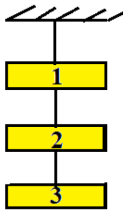


**Рис. 1**

**Решение:**

Пусть $P_1, P_2, P_3$ −веса трех тел соответственно. Используя определение веса тела, можно записать:

$$P_1 + P_2 + P_3 = \text{Т}. \qquad (2.1)$$

$$P_2 + P_3 = \text{Т}_{\text{ср.}}. \qquad (2.2)$$

$$P_3 = \text{Т}_{\text{ниж.}}. \qquad (2.3)$$

Если поменять местами 1-е и 2-е тела, выражение (3.2) примет вид:

$$P_1 + P_3 = \text{Т}_{\text{ср.2}}. \qquad (2.4)$$

Приращение натяжения средней нити $F_1$ по определению будет равно

$$\text{Т}_{\text{ср.2}} - \text{Т}_{\text{ср.}} = P_1 + P_3 - (P_2 + P_3) = P_1 - P_2 = F_1. \qquad (2.5)$$

Если же поменять местами 1-е и 3-е тела, выражение (3.3) примет вид:

$$P_1 = \text{Т}_{\text{ниж.2}}. \qquad (2.6)$$

Приращение натяжения нижней нити $F_2$ по определению будет равно

$$\text{Т}_{\text{ниж.2}} - \text{Т}_{\text{ниж.}} = P_1 - P_3 = F_2. \qquad (2.7)$$

Таким образом, мы получили простую систему трех алгебраических уравнений с тремя неизвестными $P_1, P_2, P_3$.

$$\begin{cases} P_1 + P_2 + P_3 = \text{Т}. \\ P_1 - P_2 = F_1. \\ P_1 - P_3 = F_2 \end{cases} \qquad (2.8)$$

Решая эту систему, находим:

$$P_1 = \frac{\text{Т} + F_1 + F_2}{3}, \qquad (2.9)$$

$$P_2 = \frac{\text{Т} - 2F_1 + F_2}{3}, \qquad (2.10)$$

$$P_3 = \frac{\text{Т} + F_1 - 2F_2}{3}. \qquad (2.11)$$

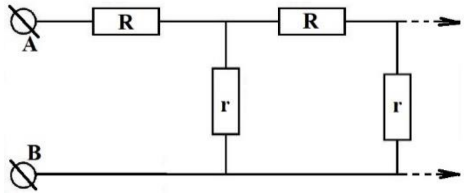
Используя выражения (2.2) и (2.3), получаем ответ.

$$\text{Т}_{\text{ср.}} = \frac{2\text{Т} - F_2 - F_1}{3}, \qquad (2.12)$$

$$\text{Т}_{\text{ниж.}} = \frac{\text{Т} - 2F_2 + F_1}{3}. \qquad (2.13)$$

Ответ: $\text{Т}_{\text{ср.}} = \frac{2\text{Т} - F_2 - F_1}{3}$ и $\text{Т}_{\text{ниж.}} = \frac{\text{Т} - 2F_2 + F_1}{3}$.

***Задача 3. (25 баллов).*** Дана бесконечная цепь, образованная повторением одного и того же звена – резисторов с известными сопротивлениями R и r. Найти результирующее сопротивление цепи $R_{\text{рез.}}$ между точками A и B.



**Решение:**

Обратим внимание на то, что если мы удалим из цепи первое (левое) звено, цепь (в силу ее бесконечности) себя полностью восстановит. Это означает, что все звенья, начиная со второго, могут быть заменены резистором с сопротивлением, равным искомому $R_{рез.}$.

Таким образом мы свели решение нашей задачи к расчету сопротивления так называемой эквивалентной цепи (см. рисунок). Проведем этот расчет.

Общее сопротивление $R_{\parallel}$ двух параллельно соединенных сопротивлений $R_{рез.}$и $r$ равно

$$R_{\parallel} = \frac{rR_{рез.}}{R_{рез.} + r}. \tag{3.1}$$

Сопротивление $R_{эц}$ всей эквивалентной цепи равно

$$R_{эц} = R + R_{\parallel} = R + \frac{rR_{рез.}}{R_{рез.} + r}. \tag{3.2}$$

По только что доказанному ($R_{эц} = R_{рез.}$) запишем

$$R + \frac{rR_{рез.}}{R_{рез.} + r} = R_{рез.}. \tag{3.3}$$

Преобразуем последнее уравнение для поиска $R_{рез.}$. Мы придем к простому алгебраическому уравнению

$$R_{рез.}^2 - R_{рез.}R - Rr = 0. \tag{3.4}$$

Решая его, получим (оставляя лишь один физический корень) ответ

$$R_{рез.} = \frac{R}{2}\left[1 + \sqrt{1 + {}^{4r}/_{R}}\right]. \tag{3.5}$$

<u>Ответ: </u>$R_{рез.} = \frac{R}{2}\left[1 + \sqrt{1 + {}^{4r}/_{R}}\right]$.

***Задача 4. (25 баллов).*** Два одинаковых шарика массы m и плотностью материала $\rho$ прикреплены к концам невесомой и нерастяжимой нити. Нить перекинута через невесомый блок, который застопорен. Под один из шариков подвели сосуд с жидкостью плотности $\rho_{ж.}$ так, что шарик оказался глубоко погруженным в жидкость. Найти <u>установившуюся</u> скорость $v_{ус.}$ движения шариков, когда блок будет расстопорен. Считать, что сила сопротивления движению шарика в жидкости <u>линейно</u> зависит от скорости с известным коэффициентом k ($F_C = kv$).

**Решение:**

Нарисуем рисунок и обозначим на нем все силы, действующие на шарики: $m\vec{g}$ ,$\vec{F}_A$,$\vec{F}_C$ ,$\vec{F}_{Н}$ – силу тяжести, силу Архимеда, силу сопротивления жидкости движению шарика, силу натяжения нитей соответственно.

Напишем уравнения движения каждого шарика в проекциях на вертикальную ось.

$$mw = mg - F_{Н,} \tag{4.1}$$

$$mw = F_{Н,} + F_A - mg - F_C. \tag{4.2}$$

Сложив эти два уравнения движения, получим:

$$2mw = F_A - F_C. \tag{4.3}$$

После подстановки $F_A = \rho_{ж.} V g$, $F_C = kv$ наше уравнение примет вид:

$$2mw = \rho_{ж.} V g - kv, \tag{4.4}$$

здесь $\mathrm{V} = \frac{m}{\rho}$ —объем шарика.

Проанализируем наше уравнение с целью определения установившейся скорости $v_{ус}$ движения шариков, когда блок будет расстопорен. Если бы не было силы сопротивления жидкости движению шарика $F_C = kv$, скорость шариков только увеличивалась бы под действием постоянной силы Архимеда, и не о какой установившейся скорости $v_{ус}$ движения шариков речи бы не шло.

При наличии силы $F_C$ увеличение скорости шариков будет идти до тех пор, пока сила $F_C$ не сравняется по величине с силой $F_{\mathrm{A}}$. Далее движение шариков будет происходить практически с постоянной (установившейся) скоростью, величину которой найдем из (4.3), приравняв нулю величину ускорения ($w = 0$).

$$\rho_{ж.} V g - k v_{ус.} = 0, \tag{4.5}$$

$$v_{ус.} = \frac{\rho_{ж.} m g}{\rho k}. \tag{4.6}$$

Ответ: $v_{ус.} = \frac{\rho_{ж.} m g}{\rho k}$.

Примечание. Условие данной задачи позволяет найти не только установившуюся скорость $v_{ус.}$ движения шариков таким простым предложенным способом, но и их скорость $v(t)$ в любой момент времени t (с применением методов высшей математики). Выпишем только результат нахождения $v(t)$ не приводя решения задачи.

$$v(t) = v_{ус.} = \frac{\rho_{ж.} m g}{\rho k}\left[1 - e^{-kt/2m}\right]$$

Мы видим, что $v(t)$ со временем асимптотически стремится к $v_{ус.}$, [т.е. при $(t \to \infty)$].

***Задача 5. (25 баллов).*** В калориметр налито $m_в$=2кг воды при температуре $t_в$=5$^0$С. Туда же поместили $m_л$=5кг льда с начальной температурой $t_л$= -40$^0$С. Определить установившуюся температуру $t_{уст}$. содержимого калориметра. Найти объем V содержимого калориметра (исключая газообразную фазу). Теплоемкостью калориметра пренебречь. Теплообмен с внешней средой отсутствует. Удельные теплоемкости: льда $c_л = 2{,}1$ кДж/(кг · град.); воды $c_в = 4{,}2$ кДж/(кг · град.); удельная теплота плавления льда $\lambda = 333$ кДж/(кг); Плотность льда $\rho_л = 0{,}9\ ^{\text{г}}/_{\text{см}^3}$. Плотность воды $\rho_в = 1{,}0\ ^{\text{г}}/_{\text{см}^3}$.

**Решение:**

Сделаем предварительные численные оценки, чтобы понять какие фазовые превращения произойдут в калориметре.

1. Найдем количество тепла $Q_{л.}$, которое надо сообщить куску льда, чтобы его нагреть от $t_л$= -40$^0$C до температуры плавления 0$^0$C.

$$Q_{л.} = c_л m_л(0 - t_л) = 2{,}1 * 10^3 * 5 * 40 = 4{,}2 * 10^5 Дж. \quad (5.1)$$

2. Найдем количество тепла $Q_{в.1}$, которое отдает вода при ее охлаждении от $t_в$=5$^0$C до температуры замерзания 0$^0$C.

$$Q_{в.1} = c_в m_в(t_в - 0) = 4{,}2 * 10^3 * 2 * 5 = 4{,}2 * 10^4 Дж. \quad (5.2)$$

3. Поскольку $Q_{л.} > Q_{в.1}$, делаем вывод: вода, охладившись до 0$^0$C, начнет превращаться в лед.

4. Вся ли вода превратится в лед? Чтобы ответить на этот вопрос, сначала посчитаем теплоту кристаллизации всей воды.

$$Q_{кр.в.1} = \lambda m_в = 333 * 10^3 * 2 = 6{,}66 * 10^5 \text{ Дж}. \quad (5.3)$$

Затем сравним ее с разностью $Q_{л.} - Q_{в.1} = 3{,}78 * 10^5$ Дж.

$$Q_{л.} - Q_{в.1} < Q_{кр.в.1} \quad (5.4)$$

Это неравенство означает, что «запасов холода» у льда не хватит, чтобы вся вода превратилась в лед.

5. Теперь мы можем сделать окончательный вывод: только часть первоначального количества воды δm превратится в лед, в калориметре при температуре $t_{уст.}$ = 0º C будет находится $m_л + \delta m$ льда и $m_в - \delta m$ воды.

Найдем массу воды δm, превратившуюся в лед. Для этого напишем уравнение теплового баланса.

$$c_л m_л(0 - t_л) - c_в m_в(t_в - 0) \Leftarrow Q_{л.} - Q_{в.} = Q_{кр.в.2} \Longrightarrow \lambda\delta m, \quad (5.5)$$

$$\delta m = \frac{c_л m_л(-t_л) - c_в m_в t_в}{\lambda}. \quad (5.6)$$

Теперь найдем объем V содержимого калориметра:

$$V = V_л + V_в = \frac{m_л + \delta m}{\rho_л} + \frac{m_в - \delta m}{\rho_в}. \quad (5.7)$$

После подстановки в последнюю формулу полученного выражения для δm получим ответ.

<u>Ответ:</u> $t_{уст.} = 0^0$C. $\quad V = \frac{m_л}{\rho_л} + \frac{m_в}{\rho_в} + \left[\frac{1}{\rho_л} - \frac{1}{\rho_в}\right] \frac{c_л m_л(-t_л) - c_в m_в t_в}{\lambda} = 7.43$ л.

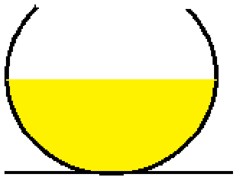
**Отборочный этап.**
**9 класс**

Вариант 1

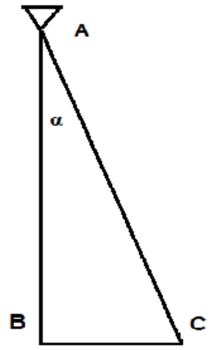
***Задача 1. (20 баллов).*** Тело падает с некоторой высоты без начальной скорости. При этом тело пролетает первую четверть пути за время $\tau = 2$с. Найти скорость тела v в момент, предшествующий падению на землю. (g принять равным 9,8 м/с2). Внимание! (Ответ округлить до целых [м/с])

***Задача 2. (20 баллов).*** При изобарическом нагревании одноатомного идеального газа ему сообщили количество теплоты Q=9,3 МДж. Определить приращение внутренней энергии $\Delta U$ этого газа. Внимание! (Ответ округлить до десятых [МДж] и записать без указания единиц измерений, десятичный разделитель запятая)

***Задача 3. (20 баллов).*** Аквариум, имеющий форму сферы радиуса R=20см, частично заполнен водой (см. рис.), плотность которой $\rho = 1$ г/см3. Высота уровня жидкости над нижней точкой сосуда равна R. Жидкость в аквариуме испаряется так, что с единицы площади в единицу времени испаряется масса q=57,8·10-6 г/(см2·с). Сколько часов потребуется, чтобы испарилась вся вода в аквариуме? Величины $\rho$ и q – постоянные величины. Внимание! (Ответ округлить до целых [час])



***Задача 4. (20 баллов).*** Плоский однородный прямоугольный треугольник ABC массы m = 1 кг подвешен за вершину A к неподвижной опоре, и удерживается так, что его катет BC параллелен поверхности земли (см. рис.). Угол при вершине A равен $\alpha$ = 30 град. Угол при вершине B равен $\pi/2$. Какую минимальную силу Fмин. надо приложить к треугольнику, чтобы он оставался в равновесии. (g принять равным 9,8 м/с2). Внимание! (Ответ округлить до десятых [Н] и записать без указания единиц измерений, десятичный разделитель запятая)




***Задача 5. (20 баллов).*** На горизонтальном столе покоятся два бруска с массами m=3 кг и M=10 кг, соединенные невесомой ненапряженной пружиной. Коэффициент трения брусков о стол $\mu$=0,1. Какую наименьшую постоянную горизонтальную силу F надо приложить к бруску массы m, чтобы сдвинулся и брусок массы M? Принять g=10 м/с$^2$. Внимание! Ответ округлить до целых [Н] и записать без указания единиц измерений.


## ОТВЕТЫ К ОЛИМПИАДЕ 9 – ГО КЛАССА
**Отборочный этап. Вариант 1.**

1. 39 [м/с]
2. 5,6 [МДж]
3. 96 [часов]
4. 1,6 [Н]
5. 8 [Н]